



ДЭВИД САМПТЕР

# ЧЕТЫРЕ СПОСОБА МЫСЛИТЬ:

СТАТИСТИЧЕСКИЙ,  
ИНТЕРАКТИВНЫЙ,  
ХАОТИЧЕСКИЙ  
И СЛОЖНЫЙ

Сложность — это правило,  
а не исключение

CoRpus

ЭЛЕМЕНТЫ 2.0

## **ЭЛЕМЕНТЫ 2.0**

DAVID SUMPTER

# **FOUR WAYS OF THINKING**

**STATISTICAL,  
INTERACTIVE,  
CHAOTIC  
AND COMPLEX**

ДЭВИД САМПТЕР

# ЧЕТЫРЕ СПОСОБА МЫСЛИТЬ:

СТАТИСТИЧЕСКИЙ,  
ИНТЕРАКТИВНЫЙ,  
ХАОТИЧЕСКИЙ  
И СЛОЖНЫЙ

*Перевод с английского*  
Натальи Шаховой



издательство **АСТ**  
Москва

УДК 51:159.9

ББК 22.1:88

C17

Художественное оформление и макет Андрея Бондаренко

**Самптер, Дэвид.**

- C17 Четыре способа мыслить: статистический, интерактивный, хаотический и сложный / Дэвид САМПТЕР; пер. с англ. Н. ШАХОВОЙ. — Москва : Издательство АСТ : CORPUS, 2024. — 352 с. — (Элементы 2.0).

ISBN 978-5-17-164536-6

Дэвид Самптер, профессор прикладной математики в Университете Уппсалы, автор нескольких научно-популярных бестселлеров, предлагает читателям осмыслить окружающий мир, прибегнув к четырем различным способам мышления — статистическому, интерактивному, хаотическому и сложному. Объясняя суть этих способов, разницу между ними и ту пользу, которую может извлечь из них любой желающий, Самптер опирается на исследования Р. Фишера (ввел понятие максимального правдоподобия), К. Шеннона (описал математическую теорию информации) и А. Колмогорова (пионер теории хаоса, звезда советской математики). Автор живо и убедительно рассказывает о том, как можно через цифры проникнуть в тайны человеческого существования, но при этом призывает помнить, что все мы невыразимо сложны и способны всегда открывать что-то новое и в окружающих, и в себе самих.

УДК 51:159.9

ББК 22.1:88

ISBN 978-5-17-164536-6

© David Sumpter, 2023

© Н. Шахова, перевод на русский язык, 2024

© А. Бондаренко, художественное оформление, макет, 2024

© ООО "Издательство АСТ", 2024

Издательство CORPUS ®

# Содержание

Четыре способа .....	11
Начало путешествия .....	17

## **КЛАСС I: статистическое мышление**

Молодые умники .....	21
Среднестатистические друзья .....	26
Правдоподобный ответ .....	33
Сила статистики .....	38
Двенадцать дополнительных лет .....	42
Чай в молоко или молоко в чай? .....	46
Счастливый мир .....	53
Счастливый человек .....	61
Злобный старик .....	68
Лес и дерево .....	75
Многое другое .....	80

## **КЛАСС II: интерактивное мышление**

Жизненный цикл .....	85
Кролики и лисы .....	89
Социальная химия .....	95
Социальная эпидемия .....	98
Больше, чем сумма частей .....	110
Увлечь всех фитнесом .....	116

Третий закон .....	121
Клеточные автоматы .....	125
Искусство спора .....	134
Сверху вниз или снизу вверх .....	143

### **КЛАСС III: хаотическое мышление**

Всегда знать следующий шаг .....	149
Курс на стабильность .....	153
“Эль Фароль” .....	157
Шоколадный хаос .....	162
Ошибка .....	169
Эффект бабочки .....	172
Ночное небо: часть 1 .....	176
Ночное небо: часть 2 .....	179
Идеальная свадьба .....	185
Клеточный хаос .....	190
Сообщение от $B$ к $K$ .....	195
Информация равна случайности .....	200
Двадцать вопросов .....	206
Хороший слушатель всегда задает вопросы .....	212
Энтропия никогда не уменьшается .....	215
Распределения в жизни .....	219
Игры в слова .....	225
Выбор дороги .....	229
Море слов .....	233

### **КЛАСС IV: сложное мышление**

Международный конгресс .....	241
Матрица .....	245
Четверо в машине .....	250

Не сложнее кратчайшего описания .....	252
Улицы Лондона .....	257
I, II, III, IV .....	261
Вся жизнь .....	267
Социальные барьеры .....	279
Человек существует только во взаимосвязях с другими людьми .....	287
Вот он! .....	292
Это сложно .....	296
Почти всегда сложно .....	298
Кто я такой? .....	301
Жизнь в коротких зарисовках .....	308
Неописуемое объяснение .....	316
Кратко, но емко .....	323
Четыре способа .....	326
Интересная жизнь .....	328
 <i>Благодарности</i> .....	 331
<i>Примечания и ссылки</i> .....	333



*Ловисе*

Всем разумным в этой книге я обязан тебе.  
Остальное — полностью на моей совести.

## Четыре способа

**Ч**его мы не можем перестать делать, так это думать. Ни на минуту, ни на секунду мысли не покидают нас. Иногда они руководят нашими действиями, иногда подбадривают, иногда констатируют, что мы могли бы поступить лучше. Они анализируют наше прошлое и советуют, что делать в будущем. И неустанно работают над познанием нами окружающего.

Однако мы редко размышляем о том, как именно мы думаем. Не анализируем, какие мыслительные процессы приводят к верным результатам, а какие — к провалам. Не стремимся улучшить свое мышление.

Вот о своем теле мы заботимся... ну, по крайней мере, пытаемся. То в спортзал запишемся, то на диету сядем. Раздумываем, как мотивировать себя укреплять здоровье, как научиться выполнять свои обещания касательно собственного оздоровления. Заявляем, что нам требуется перерыв в работе, что нужно справиться со стрессом.

А вот остановиться, оглядеться и спросить себя, правильно ли мы думаем о своей жизни, — на это у нас редко хватает пороку.

И естествознание, и математика в значительной мере посвящены совершенствованию методов рассуждения. Это легко упустить из виду, когда смотришь ролики о происхождении Вселенной, чудесах природы или устройстве че-

ловеческого тела и мозга. Кажется, что наука сосредоточена на фактах. Но вообще-то это не так. Многие ученые (и я в том числе) прежде всего стремятся настроить свой мозг на поиск истины. Факты, которые обнаруживает мозг, для нас вторичны.

В этой книге описаны четыре способа мышления. Четыре способа приблизиться к истине.

Истоки этого подхода лежат в статье Стивена Вольфрама, опубликованной в 1984-м. В то время этому выдающемуся физики-теоретику и бывшему вундеркинду было двадцать четыре года и он работал над специфическими математическими моделями — клеточными автоматами. Моделируя такие автоматы на своем новеньком мощном компьютере фирмы *Sin*, Вольфрам смог классифицировать порождаемые ими конфигурации. Он предположил, что любой процесс — биологический или физический, индивидуальный или общественный, естественный или искусственный — относится к одному из тех четырех классов поведения, которые он наблюдал в ходе компьютерного моделирования. Все, что мы видим или делаем, входит в один из четырех классов:

- 1) стабильный,
- 2) периодический,
- 3) хаотический,
- 4) сложный.

Стабильными называются системы, которые достигают состояния равновесия и в нем остаются. Представьте себе, например, ряд костяшек домино, поставленных вертикально, одна за другой. Если первую легонько толкнуть, все они упадут и будут лежать горизонтально. Это стабильность. Другим примером может служить шар, скатившийся с горы и замерший на ровной поверхности. Пестик и ступка, измельчившие специи до однородной смеси. Собака, спящая после долгой прогулки.

В периодических системах постоянно повторяется одна и та же последовательность. Прогулки, езда на велосипеде или на лошади — это периодические движения наших ног, колес велосипеда или ног лошади соответственно. Периодичность видна в последовательности волн, набегающих на берег. В движении ножа (вверх-вниз), которым повар режет овощи на равные кусочки. В нашем распорядке дня: завтрак, работа, обед, работа, ужин, просмотр телепередач, сон и т. п.

Хаос выражается в нашей неспособности предсказать, будет ли завтра дождь (в Великобритании, по крайней мере, дождь непредсказуем). В падении игральной кости или монеты. Во вращении рулетки. Это бурное кипение воды для макарон, когда молекулы вибрируют и хаотично перемещаются по всей кастрюле. Это случайные встречи в открывающихся или закрывающихся дверях.

Сложностью пронизано все наше общество. Доставка товаров и услуг по всему миру. Подъем и падение цивилизаций. Структуры управления странами и крупными международными организациями. Есть и более близкие нам примеры. Отношения с родными и друзьями, которые могут вызывать у нас одновременно и любовь, и раздражение. Сложность в нас самих. Работа миллиардов нейронов в нашем мозгу. Наша личная история жизни — как мы стали тем, кто мы есть.

Иногда наши действия переводят нас из одного класса в другой. К примеру, ссоры и споры. Должен признать, что сам я всегда стремлюсь добраться до сути и в погоне за “правильным” ответом бываю безжалостен. Если я чего-то не понимаю или не согласен с собеседником, я готов спорить, пока не доберусь до истины.

Но это мое свойство порой является причиной того, что у меня возникают трудности, в первую очередь дома и на работе, потому что окружающие не всегда готовы тратить время на всестороннее рассмотрение всего и вся. Что вполне объяснимо.

И вот, чтобы избежать бессмысленных дискуссий, я воспользовался теорией Вольфрама и сделал вывод, что спорить стоит только в двух случаях: если спор ведет к стабильному решению (класс I) или если обсуждаются важные новые идеи, где решение может быть не найдено никогда (класс IV). Споров же класса II (обмен одними и теми же аргументами по поводу спорного вопроса) и класса III (хаотичная перепалка, где собеседники стараются перекричать друг друга) следует избегать.

Опираясь на эту классификацию, легче понять, в каком обсуждении ты участвуешь. Потом подумать, как перейти из класса II в класс I или из класса III в класс IV. И о том, как видоизменить свои аргументы класса I, чтобы они быстрее приводили к стабильности, — более эффективно “рождали” истину (которая, как известно, рождается в спорах).

Обратите внимание, как такой подход меняет ваш взгляд на ситуацию: вы уже не действующее лицо, а сторонний наблюдатель. Классы Вольфрама позволяют выработать единый подход к — на первый взгляд — весьма различным проблемам.

В 2002-м Вольфрам опубликовал фундаментальный труд *A New Kind of Science* (“Наука нового типа”), в котором описал свой подход к науке, основанный на моделях клеточных автоматов. Его творение весьма внушительно (том весит более двух с половиной килограммов и содержит 1192 страницы) и амбициозно: в книге утверждается, что изучение клеточных автоматов приводит к более глубокому пониманию биологической жизни, физической вселенной и многого другого. Но вот практическому применению клеточных автоматов для понимания окружающей нас сложной реальности Вольфрам уделил мало внимания.

И именно поэтому научное сообщество не приняло труд Вольфрама всерьез. Не проникли его идеи и в общественное сознание. Когда я искал в Википедии описание работ Вольфрама, то нашел лишь страницу, посвященную исключительно математическим свойствам клеточных автоматов. Классы

Вольфрама остались чистой абстракцией, никак не связанной с реальной жизнью.

В своей книге я хочу сделать то, чего не сделал Вольфрам: показать, как его четыре класса позволяют усовершенствовать наши размышления о мире. Эти четыре класса мышления — вовсе не абстракция. Они могут принести огромную пользу в повседневной жизни. Мой подход не столько о “науке нового типа”, о которой пишет Вольфрам, сколько о новом способе убедить друзей заняться вместе с вами бегом трусцой. О новом способе обсуждать спорные вопросы с партнером. О новом способе бороться с тягой к пирожным. О новом способе понять, почему мы порой чувствуем себя одинокими на вечеринках. И даже о новом способе взглянуть на такую уникальную и сложную личность, как вы сами.

Эти новые, более практичные способы мышления я описываю в четырех разделах своей книги, построенных на основе классов Вольфрама.

В моем представлении класс I — это статистическое мышление. Когда числам нужно верить, а когда стоит в них усомниться? И, что еще важнее: когда можно полагаться на научные рекомендации в отношении питания и спорта или в отношении счастья и успеха? Если для понимания общества в целом факты и статистика играют решающую роль, то — и я это покажу! — *лично для вас* они (вопреки газетным заголовкам) вовсе не так уж и важны.

Но как же в таком случае достичь более полной реализации в жизни? Этот вопрос приводит нас к интерактивным размышлениям класса II: разгадке секретов общественной жизни. Как добиться конструктивной групповой динамики? Как изменить наши способы разрешения споров? Я объясню, как лучше понять влияние наших действий на окружающих и как справляться с эмоциями, если вас кто-то задел. Улучшить отношения с людьми проще, чем вы думаете.

Впрочем, тут есть одна загвоздка. Чем больше мы стараемся контролировать свою жизнь, тем менее предсказуемой

она становится. Неудачные попытки снова взять в свои руки бразды правления в мире, где невозможно все знать и контролировать, часто ведут к сумбуру и беспорядку. Класс III, хаотическое мышление, поможет решить, когда стоит пытаться остаться у руля, а когда правильнее пустить все на самотек.

Чем сложнее проблема, тем труднее ее решить. Но что значит “сложность”? Я отвечаю на этот вопрос так: сложность системы определяется сложностью ее кратчайшего описания. Выработывая навык кратко резюмировать социальную ситуацию, наши тревоги и мысли, мы постигаем их суть. В отличие от трех первых классов, которые связаны в основном с решением сиюминутных проблем, рассуждения с учетом сложности (класс IV) больше ориентированы на самопознание, анализ своего внутреннего мира. На поиск сюжетов, которые помогут лучше понять нас самих и окружающих.

Последовательное изучение этих классов — от первого к четвертому — позволит нам познакомиться с развитием научной мысли за последние сто лет. Постигнуть образ мышления научных героев (и антигероев), участвовавших в этом процессе. Мы рассмотрим и себя самих, и создаваемый нами мир. Прodelаем путь от бытовых вопросов, связанных с домашним хозяйством, до глубочайших проблем нашего становления как личностей.

А начнем мы с того, как молодой аспирант отправился в путешествие за открытиями...

## Начало путешествия

**Я** выхожу из рейсового автобуса фирмы *Greyhound* под обжигающее солнце Нью-Мексико. Идет 1997 год, мне — двадцать три, и я впервые в США. В проходившую в Институте Санта-Фе летнюю школу по сложным системам был большой конкурс, но рекомендация моего научного руководителя обеспечила мне место. Однажды его самого пригласили в Институт на конференцию, и там он пообщался со знаменитыми учеными. По его словам, Санта-Фе собирает вместе ведущих физиков, экономистов, биологов и математиков, чтобы выработать единый подход к сложным системам. Такой подход, который объединил бы их сферы деятельности и дал ответы на фундаментальные вопросы, то есть поспособствовал возникновению науки нового типа.

Задача летней школы — передать быстро накапливающиеся знания новому поколению ученых. В ближайшие четыре недели ее участникам — аспирантам и молодым научным сотрудникам — предстояло жить в общежитии небольшого гуманитарного колледжа неподалеку от Института. По утрам планировались лекции, а во второй половине дня нам предоставлялась возможность участвовать в совместных проектах под руководством сотрудников Института. Вечерами же я собирался тусоваться с аспирантами различных специальностей со всего света.

— Тебя ждет удивительное время, — сказал мне научный руководитель. — Разговаривай со всеми. Впитывай услышанное.



Сначала тебе может показаться, что все окружающие знают больше тебя, но порой люди просто пускают пыль в глаза. Поэтому не бойся задавать глупые вопросы. Никогда не знаешь, какие получишь ответы.

На поиски самого Института у меня уходит некоторое время, и когда я наконец до него добираюсь, оказывается, что на вводную часть я опоздал. Когда же я нахожу свободное место в заднем ряду лекционной аудитории, выступление научного координатора Эрики Джен уже в полном разгаре.

— Наша задача — научить вас думать по-новому, — бросает она в зал, полный слушателей с широко раскрытыми глазами. — Но для этого придется приложить много усилий. За последние сто лет подход ученых к своей деятельности значительно изменился. Мы хотим, чтобы вы знали, как это происходило, но, кроме того, хотим научить вас такому подходу, о котором вы больше нигде не узнаете.

Она объясняет, что сначала на лекциях нам расскажут основы: как работать с данными и выводить достоверные статистические заключения. Затем мы рассмотрим различные виды взаимодействий: как хищники влияют на баланс экосистем, как нейроны мозга обмениваются сигналами и даже как с течением времени меняется общество. Потом нам поведают о роли хаоса и случайности. Почему так трудно узнать, что произойдет в будущем? И наконец, сказала она, мы рассмотрим самый важный вопрос: что такое сложность? Что мы имеем в виду, когда говорим, что живем в сложном обществе или культуре?

Она рассказывает, что исследователи из Санта-Фе строят математические модели мозга и социальных взаимосвязей. Пытаются понять фундаментальные законы биологической жизни. Все они достигли значительных успехов в своих отраслях (многие из них — нобелевские лауреаты) и теперь собрались вместе, чтобы определить будущее развитие научной мысли.

— Эти четыре недели будут посвящены путешествию в сложность. Они навсегда изменят ваше мышление.

**КЛАСС I:**  
**статистическое**  
**мышление**



## Молодые умники

**П**осле вводной лекции доктора Джен нас направляют в общежитие, где нам предстоит жить ближайшие четыре недели.

К тому времени, как я нахожу свою комнату, мой новый сосед, Руперт, успел уже распаковать свои вещи. Он занял левую кровать, у окна, и положил аккуратные стопки научных статей и рукописных заметок на единственный письменный стол.

Руперт говорит, что пишет диссертацию по экономике в Оксфордском университете.

— Думаю, поэтому нас и поселили вместе, — предполагает он, узнав, что и я британец.

— Было бы неплохо пожить с одним из этих гарвардских умников. Расширить горизонты, — говорит он, улыбаясь. — Но, пожалуй, и ты сойдешь.

Руперта тоже послал в Санта-Фе научный руководитель, но инструкции он получил другие: “разузнать, что там происходит”, но самому не увлекаться. Руперта такой подход устраивал, потому что его мало интересовала “вся эта болтовня о сложных системах”: он явно не собирался тратить на нее много времени. Он планировал просто ходить на лекции, стараясь усвоить основы, а во второй половине дня заниматься в нашей общей комнате. Потому-то ему и нужен стол. И желательно, чтобы его пореже беспокоили.

Выступление доктора Джен его не особо впечатлило.

— Типичная американская реклама. Обычные духоподъемные речи.

Идея общаться с другими слушателями и учиться у них тоже не привлекала Руперта. Далеко не все эти люди были ему интересны.

— Тут наверняка собралась куча самых разных ученых, — рассуждал он. — Биологов, историков и прочих социологов. А то и философов. В таком месте всякого можно ожидать... Их-то, конечно, воодушевит идея “сложных систем”, — он изобразил пальцами кавычки. — Я хочу сказать, что для них это что-то вроде каникул, понимаешь? Развлечение. А вот мы с тобой не должны дать заморочить себе голову.

Руперт полагал, что у многих наших соучеников нет такой серьезной подготовки, как у нас с ним. Что им не хватает неких базовых знаний. И потому наша задача — повысить их уровень. Руперт был нацелен не столько на то, чтобы задавать вопросы, как советовал мне мой руководитель, сколько на то, чтобы деликатно просвещать остальных.

— Мы здесь представляем рациональное начало, — объявил он. — Мы из тех, кто отстаивает опору на факты. Уверен, что многие слушатели вообще не знакомы со статистикой.

С этими словами он сел за стол и принялся проглядывать статьи. Разговор был явно окончен.

Я отправился искать других участников летней школы. Не могут же все быть такими, как Руперт.

В коридоре мне встретился американский физик-теоретик, который представился Максом. Я спросил, не знает ли он, где тут ближайший паб, надеясь, что он меня туда отведет.

Он сказал, что пабы в Америке называют барами, а порой — спортбарами. Тут поблизости как раз есть одно чудесное местечко, и он охотно составит мне там компанию.

Когда мы уселись, Макс пояснил, что американцам нужна постоянная стимуляция, и указал на телеэкраны, которыми

были увешены стены. Им, мол, недостаточно делать одну-две вещи зараз — например, пить пиво и беседовать, — им нужно при этом смотреть баскетбол или футбол и еще чтоб перед каждым матчем орала музыка, а экран заполнялся информацией об игроках. Я же сообщил Макс, что в английских пабах обычно нет телевизоров, а те, что есть, как правило, выключены.

— Не успеешь оглянуться, как у вас будет то же самое, — пообещал Макс.

Он объяснил, что эволюция американского общества может быть смоделирована в терминах постоянно возрастающей энтропии<sup>1</sup>.

— Ты же все знаешь про энтропию? — спросил Макс и, не дожидаясь ответа, продолжил: — После войны американские ученые изобрели методы обработки и восприятия информации, и теперь мы старательно скормливаем энтропию массам.

И он улыбнулся с видом знатока.

Я ответил нервной усмешкой, отметив про себя, что мне нужно побольше узнать об энтропии... и чем скорее, тем лучше.

Как оказалось, Макс разбирался не только в спортбарах и энтропии. Он знал буквально все на свете. Защитившись в Принстоне, он теперь занимался научными исследованиями в области статистической физики в Стэнфорде. Я рассказал ему об отсутствии у Руперта особого интереса к учебному курсу. Это у него от недостатка образования, отозвался Макс. По его словам, английские Оксфорд и Кембридж погрязли в прошлом, не осознавая важности хаоса и нелинейности (еще два термина, о которых я имел слабое представление). *Оксбридж*, конечно, силен своими фундаментальными ис-

<sup>1</sup> Термин “энтропия” в разных науках означает разное. Наиболее популярно его значение, используемое в физике; в этой же книге речь идет о так называемой “информационной энтропии”. — *Здесь и далее, если не указано иное, — примечания переводчика.*

следованиями, но слишком уж консервативен. Теоретически обосновывает сложившийся в науке статус кво.

Вот почему Институт Санта-Фе так важен, продолжал Макс. Не то чтобы тут проводились самые лучшие исследования (они-то в основном делаются в Принстоне и Стэнфорде), но Санта-Фе — пункт общего сбора. И мой собеседник перечислил громкие имена: Филип Андерсон, Марри Гелл-Манн, Кеннет Эрроу, Брайан Артур, Кристофер Лэнгтон и Стивен Вольфрам. Половина из них получила нобелевские премии, остальные считались гениальными оригиналами. Все они прошли через Санта-Фе. И европейцы не могли не обратить на это внимания.

— До Руперта тоже скоро дойдет, — заверил Макс.

К этому времени за нашим столом собрались и другие участники летней школы.

На дальнем его конце доминировал Антонио, эколог из Бразилии. Он в быстром темпе излагал свою новую теорию о видообразовании и экологических нишах. В конце концов Мадлен, биолог из Австралии, явно устав от этой мини-лекции, предложила всем нам по очереди представиться.

Представление шло по кругу. Рядом с Мадлен тихо сидела Замия, философ из Франции. Она стремилась связать постмодернистские работы Жака Деррида с трудами Людвига Витгенштейна. Следующим был Алекс из Австрии, только что купивший всем нам пива. Он сообщил, что работает над теорией хаоса в химических реакциях. Эстер, скандинавский компьютерный специалист, рассказала, что начала изучать сетевую структуру Всемирной паутины. Я не все понял в их историях об исследованиях и слыхом не слыхивал о Деррида и Витгенштейне, но, улыбаясь, объявил, что я прикладной математик и ищу проблему, к которой можно было бы приложить мою математику.

После того как все кратко сообщили о своих научных интересах, Мадлен улыбнулась и с сильным австралийским акцентом заявила:

— Ну что ж, ваши исследования впечатляют, однако я изучаю самую важную вещь в мире — то, как муравьи формируют свои дорожные сети. Более сложных систем на свете не существует!

Антонио тут же снова взял слово и принялся рассказывать Мадлен о ключевой роли муравьев. У меня все смешалось: выпитое пиво, звучащие в голове слова, спортивные комментарии, попытки понять то, что говорил Макс и остальные, самое пребывание в Санта-Фе...

Руперт был прав: коллектив оказался весьма смешанным — он состоял из представителей разных наук, обладавших разным образованием. Не та группа чокнутых математиков, с которыми я привык встречаться на занятиях в своем университете, а люди со всего света. Выдающиеся аспиранты, посвятившие себя философии, биологии, химии, физике, экономике и информатике.

Лучшего места я и представить не мог.



## Среднестатистические друзья

Оставим моих новых друзей 90-х годов в Санта-Фе и вернемся в сегодняшний Лондон.

В столице стоит среднестатистический облачный апрельский день, 15°C, небольшие осадки. Дорога на работу занимает у лондонца в среднем 42 минуты, а его медианная зарплата составляет около 40 тысяч фунтов в год. Вернувшись сегодня вечером домой, он потратит в среднем 183 минуты на просмотр телепередач (меньше, чем те 242 минуты, что он тратил в 2011-м). Около 51 % жителей Лондона зайдет сегодня в соцсети более одного раза, 2 % съедят рекомендованные пять овощей в день, а 64 % на этой неделе выпьют что-нибудь алкогольное. У лондонских гетеросексуальных пар секс бывает обычно раз в неделю, а его медианная продолжительность составляет 7,6 минуты. Мужские пары занимаются сексом немного чаще — полтора раза в неделю, а свежие данные по женским парам найти сложнее. За свою жизнь, которая продлится в среднем восемьдесят лет, современная лондонка родит 1,6 ребенка. Удовлетворенность жизнью в целом лондонцы оценивают в 6,94 по 10-балльной шкале.

Я легко могу заполнить несколько страниц статистическими данными и результатами опросов лондонцев или жителей любого другого региона мира. К моим услугам Национальная статистическая служба Великобритании, публикации проекта “Мир в цифрах” (*Our World in Data*), интерактивный

сервис *Gapminder*, Всемирный банк, бюро переписи населения разных стран, публикации исследовательского центра *Pew*, Институт Гэллага, экономические анализы ОЭСР (Организации экономического сотрудничества и развития), “Всемирный доклад о счастье”<sup>1</sup> (*World Happiness Report*), а также бесчисленные опросы различных университетов, касающиеся нашего здоровья, благосостояния, поведения и удовлетворенности жизнью. В этих документах отражаются статистические закономерности, которые принимают в расчет при принятии решений не только правительства, компании и различные организации, но и обычные люди. Мы руководствуемся научными рекомендациями абсолютно во всем: что нам есть, как заниматься спортом, как получить максимум удовольствия от жизни и как лучше готовиться к экзаменам.

Применяя статистический подход к своей жизни, важно понимать не только то, что дают статданные, но и то, чего они дать не могут. Какие из многочисленных научных исследований действительно имеют отношение к вам лично? Обнаружена ли в них причинно-следственная связь или речь идет о простой корреляции? Насколько стоит позволять статданным влиять на наш взгляд на мир? Когда статистику следует игнорировать и обращаться к другим источникам информации?

Чтобы ответить на эти вопросы, нам придется пройти краткий курс статистики и вычислений — только тогда мы сможем понять, как используются статданные и как ими иногда злоупотребляют.

Для начала оцените тот факт, что я, просто перечислив средние данные по Лондону, сумел нарисовать узнаваемую картинку столицы и ее обитателей. Я отметил погоду, пассажиропоток, зарплаты, модели поведения, сексуальную активность. Каждое число — часть общего представления о жизни в Лондоне. Среднестатистические данные — самый мощный инструмент статистики. Они говорят правду о городе.

<sup>1</sup> Это неудачный перевод, потому что речь в докладе идет об уровне удовлетворенности жизнью, но название настолько устоялось, что я не решаюсь его менять.

Статданные характеризуют и меньшие группы людей. Для иллюстрации разных видов мышления я буду в своей книге периодически ссылаться на десятку лондонских друзей. Это вымышленные персонажи, и я не стану описывать их внешность и род занятий, а лишь приведу некоторые статистические данные (тоже вымышленные). См. таблицу ниже.

Имя	Возраст	Годовой доход	Количество стаканов латте с овсяным молоком, выпитых на прошлой неделе	Любит ли маринованные огурцы?
Энтони	34	£12 000	7	Да (1)
Айша	31	£36 000	12	Нет (0)
Чарли	29	£52 000	0	Да (1)
Бекки	29	£23 000	0	Нет (0)
Дженнифер	28	£22 000	0	Да (1)
Ричард	36	£62 000	0	Нет (0)
Ниа	35	£106 000	15	Нет (0)
Джон	34	£40 000	0	Да (1)
Софи	31	£31 000	5	Нет (0)
Сьюки	30	£34 000	0	Нет (0)

Если бы я хотел словесно охарактеризовать этих людей, то мог бы написать что-то вроде: “Ниа по дороге на работу в центре Лондона покупает латте с овсяным молоком, а ее помощник приносит ей еще одно латте ровно в десять”, или: “Дженнифер — вечная студентка, она подрабатывает, чтобы оплачивать учебу. Ее представление о роскоши: баночка маринованных огурцов и сериал *Netflix*”. Числа не столь красочны, как слова, но дают на удивление хорошее представле-

ние о конкретном человеке. Позволяют вообразить себе его работу, стиль жизни и любовь к маринадам.

Числа многое говорят и о группе в целом. Средний возраст участников:

$$\frac{34 + 31 + 29 + 29 + 28 + 36 + 35 + 34 + 31 + 30}{10} = 31,7$$

Ричард, Джон, Ниа и Энтони — чуть постарше. Бекки, Дженнифер и Чарли — чуть помоложе. Но все они родились примерно в начале 90-х, поэтому их можно назвать миллениалами.

В отношении доходов принято использовать не среднее арифметическое значение, а медиану. Для определения медианы надо расположить числа по возрастанию. Вот так:

£12 000, £22 000, £23 000, £31 000, £34 000, £36 000, £40 000,  
£52 000, £62 000, £106 000

А потом отметить, что в середине находятся числа £34 000 и £36 000. Их среднее арифметическое дает медиану: £35 000 в год. Это немного ниже, чем медианное значение по Лондону в целом, но, учитывая, что большинство друзей находится в начале своей карьеры, их, тем не менее, можно считать достаточно обеспеченными. Хотя некоторым из них и сложно карабкаться наверх, никого из десятки нельзя назвать бедным. И не удивляйтесь тому, что Энтони с его доходом в £12 000 может позволить себе ежедневно пить латте, — просто я забыл упомянуть, что Энтони женат на Ниа, которая зарабатывает больше всех. В целом у этой группы друзей есть средства к существованию и перед ними открываются в жизни определенные возможности<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Для этого и других разделов, содержащих математические рассуждения, я создал онлайнный урок, где вопросы среднего арифметического, медианы и пропорций рассматриваются подробнее. См. <https://www.fourways.readthedocs.io/> — Прим. автора.

Относительно того, когда нужно использовать среднее арифметическое, а когда медиану, жестких правил не существует (говоря о “среднем”, статистики имеют в виду среднее арифметическое, а не медиану). Возраст друзей хорошо характеризуется средним арифметическим, потому что тут разброс невелик. А если речь идет о доходах, то логичнее говорить о медиане, потому что зарплата Ниа в £106 000 существенно увеличивает среднее арифметическое. По данным *Forbes*, в Лондоне живет шестьдесят три миллиардера. Если при вычислении среднего дохода учесть этих сверхбогатых людей, то результат окажется значительно выше медианы (для крупных городов увеличение может составить от 20 % до 50 %) и все мы почувствуем себя бедняками. Поэтому выбор между средним арифметическим и медианой определяется тем, что именно мы хотим подчеркнуть. Медиана позволяет игнорировать немногочисленных миллиардеров.

Яркий пример различия между средним арифметическим и медианой дает столбец про латте. Медиана здесь равна нулю (большинство не пьет латте вовсе), а среднее арифметическое — 3,9. Чтобы правильно охарактеризовать членов нашей группы, тут важны и медиана, и среднее: неверно, что они не любят латте, но и то, что они пьют в среднем почти четыре латте в неделю, тоже неверно!

Различие между средним арифметическим и медианой показывает, что статистика позволяет характеризовать данные по-разному. Однако значит ли это, что с числами можно делать что угодно?

Нет, не значит: статистику можно использовать правильно и неправильно. Но как определить, правильно ли мы делаем, когда вычисляем средний возраст друзей, сложив их возрасты и разделив на десять? Я сделал так, как нас учили в школе, но почему это правильно? В основе статистического мышления лежит анализ именно подобных вопросов — вопросов о том, как проводить вычисления.

Рассмотрим с этой точки зрения статистику о любви к огурцам. Ответам “да” и “нет” можно поставить в соответствие единицы и нули. Перепишем теперь ответы друзей так:

Энтони	Айша	Чарли	Бекки	Дженнифер	Ричард	Ниа	Джон	Софи	Сьюки
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0

Исходя из этих данных, как часто в Лондоне встречаются миллениалы, которые любят маринованные огурцы?

Интуитивно кажется, что верный ответ 4 / 10, или 40 %. Он получается, если взять среднее арифметическое приведенных в этой таблице нулей и единиц:

$$\frac{(1 + 0 + 1 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1 + 0 + 0)}{10} = \frac{4}{10}$$

Откуда мы знаем, что ответ верный? Предположим, что некоторые из друзей на основании сомнительных аргументов возражают против такого подхода. Энтони мог заявить, что ответы первых пяти опрошенных имеют больший вес, потому что “это оригиналы”. Он сложил  $2 + 0 + 2 + 0 + 2 = 6$  для первых пяти ответов и  $0 + 0 + 1 + 0 + 0 = 1$  для пяти последних и получил  $(6 + 1) / 15 = 7/15$ .

Услышав рассуждение Энтони, Айша возразит, что лучше спросить у пятерых, а остальных игнорировать. Она берет только ответы каждого второго, выясняет, что из этой группы лишь один человек (а именно Джон) любит маринованные огурцы, и делает вывод, что правильный ответ 1 / 5. И наконец, Чарли предлагает: “А давайте просто послушаем ответ первого из нас и его-то и посчитаем верным. Тогда и спорить будет не о чем”.

Чарли объявляет: “Энтони любит маринованные огурцы? Значит, все любят маринованные огурцы!”

Бекки разводит руками. “Я совсем запуталась с этими огурцами! Чарли твердит одно, Энтони и Айша — каждый

свое, да еще и непонятное. Почему бы просто не сойтись на том, что нам не договориться? Мы не можем предсказать, любит человек маринованные огурцы или нет”.

Бекки неправа. То есть она права в том, что друзьям надо перестать спорить. Но неправа, утверждая, будто полученные данные не дают нам возможности сделать выводы о любви к огурцам. У друзей разные взгляды, однако их мнения не равноценны.

Как же убедить Бекки, Энтони, Айшу и Чарли, что долю людей, которые любят маринованные огурцы, можно вычислить только одним способом, и доля эта составляет 40 %? Мы знаем, что друзья выдвигают спорные возражения, так как же доказать им, что 40 % — это наилучшая оценка?

Для этого нам придется вернуться в прошлое и встретиться с человеком, который первым осознал необходимость определить, как лучше всего проводить измерения.

## Правдоподобный ответ

**П**редставьте себе сцену из фильма. Вид сверху на университетский дворик, на экране титры: “Кембридж, Англия, 1912”. Камера скользит вниз, и сквозь окно мы проникаем в полную дыма комнату студента Рона, сидящего за письменным столом. В комнате беспорядок: по столу и по всему полу разбросаны вперемешку книги и бумаги. Студент явно давно не мылся и не менял одежду. Он лихорадочно пишет, дымя трубкой и время от времени прерываясь, чтобы найти нужную страницу в книге.

До экзаменационных испытаний осталось всего две недели. Рону предстоит сдать один из самых сложных экзаменов не только в Англии, но и в мире: финальную часть математического трайпоса<sup>1</sup>. В школе Рон был в числе лучших в своем классе, и в Кембридже он тоже один из образцовых студентов. Вскоре он войдет в список тех, кто получил диплом с отличием первого класса по математике в университете (*list of Wranglers*).

Хотя Рону нравится демонстрировать свой математический талант и без лишней скромности объявлять себя гением, грядущие экзамены его не очень интересуют. Он даже не ду-

<sup>1</sup> Публичный экзамен на степень бакалавра с отличием в Кембриджском университете; *букв.* стул на трех ножках (некогда предназначался для экзаменуемого).



мает к ним готовиться. Его занимают более важные вопросы, и обложился он не конспектами, а научными статьями. Как математическими (в том числе работами Карла Фридриха Гаусса и преподобного Томаса Байеса), так и биологическими. На столе открыто “Происхождение видов” Чарльза Дарвина. В разбросанных по полу заметках изложены принципы, согласно которым животных (и людей!) можно “улучшать” с помощью селекционного разведения.

Наш студент не сформулировал пока точно проблему, которая его занимает. Это всего лишь смутная идея о том, что среди различных способов оценки количества в биологических и социальных системах можно найти единственно верный. Он полагает, что все, включая его преподавателей, ошибаются.

Чтобы получить представление об исканиях Рона, вернемся снова к противоречивой огуречной истории из предыдущей главы.

Это частный случай той более общей проблемы, которой был полностью поглощен Рон в 1912-м: как лучше всего использовать данные для измерений? Математик — особенно входящий в список лучших в Кембридже — должен уметь определять, как оптимально производить вычисления.

Рон рассуждал бы так: предположим, мы не знаем, какая доля людей ответит “да” на огуречный вопрос; ясно лишь, что это число между нулем и 100 %. Тогда можно попросить Энтони (который считает, что эта доля составляет  $7/15$ ), Айшу (чья догадка —  $1/5$ ) и Чарли (который уверен, что 100 % людей любят маринованные огурцы) вычислить правдоподобие их оценок с учетом имеющихся данных.

Начнем с оценки Айши, которая считает, что вероятность встретить любителя огурцов равна  $1/5$ , то есть 20 %. Если она права, то правдоподобие того, что мы получим тот ответ, который получили от Чарли, равна  $1/5$ , поскольку он сказал, что любит маринованные огурцы. Аналогичным образом, если согласиться с Айшей, что 80 % людей

не любят маринованные огурцы, то правдоподобие ответа Сьюки 4/5. Правдоподобие ответа каждого описывается следующим образом:

Энтони	Айша	Чарли	Бекки	Дженнифер	Ричард	Ниа	Джон	Софи	Сьюки
1/5	4/5	1/5	4/5	1/5	4/5	4/5	1/5	4/5	4/5

Правдоподобие получения всех ответов вычисляется как произведение правдоподобий каждого:

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = 0,000419$$

Ясно, что вероятность получения именно такой последовательности ответов крайне мала, потому что это вероятность получения весьма специфической последовательности ответов. Само по себе это не доказывает, что Айша неправа: вероятность любой последовательности ответов и должна быть очень мала. Однако это вычисление позволяет сравнить правдоподобие предположения Айши с правдоподобием других гипотез.

Начнем со сравнения правдоподобия оценки Айши с правдоподобием оценки Чарли, который заявил, что 100 % людей любят маринованные огурцы. Правдоподобие его слов таково:

$$1 \times 0 \times 1 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 1 \times 0 \times 0 = 0$$

То есть при его предположении правдоподобие получения наших ответов равно нулю. Он оказывается неправ, как только Айша дает свой ответ. Так что здесь выигрывает Айша. Оценка Энтони (7/15) дает нам

$$\frac{7}{15} \times \frac{8}{15} \times \frac{7}{15} \times \frac{8}{15} \times \frac{7}{15} \times \frac{8}{15} \times \frac{8}{15} \times \frac{7}{15} \times \frac{8}{15} \times \frac{8}{15} = 0,00109$$

Энтони не так сильно ошибается, как Айша, потому что 0,00109 больше 0,000419. Но оценки обоих хуже, чем верная оценка —  $4/10$ , для которой правдоподобие равно:

$$\frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = 0,00119$$

У нас есть победитель! Наша оценка (40 %) имеет самое большое правдоподобие, поэтому именно на ней и следует остановиться.

Вернувшись в 1912-й, мы наконец остановим камеру и заглянем через плечо Рона в листок, который он торопливо покрывает математическими формулами. Он поднимает голову и выпускает из трубки дым. “Вот оно! — восклицает он. — *Максимальное правдоподобие*”.

В тот день, более ста лет назад, этот кембриджский студент увидел то, чего до него не видел никто, — даже такие великие математики, как Гаусс, Лаплас и Байес. Его результат значительно отличался от тех, над которыми трудились его однокурсники в соседних комнатах. Их вычисления были впечатляющими, но не имели связи с наблюдениями над реальным миром. А Рон как раз стремился найти связь между реальностью и математикой. И только что написанное им уравнение обеспечивало именно это. Максимальное правдоподобие указывало верный путь вычисления всего на свете — от рейтингов политических партий до темпов роста растений и нашей привязанности к огурцам и другим маринованным овощам.

Рону — Рональду Фишеру — понадобилось еще двенадцать лет, чтобы доработать свою теорию и ввести понятие оценки максимального правдоподобия, которым статистики пользуются и поныне. Фишер — реальный человек, и хотя я не могу утверждать, что момент озарения был именно таким, каким я его вам представил, мы точно знаем, что в основе труда знаменитого ученого лежит статья, которую он написал

на последнем курсе университета. В этой статье Фишер показал, что оценка максимального правдоподобия обеспечивает единственный верный способ вычисления не только среднего арифметического, как это сделали мы, но и формы любой кривой, описывающей данные.

Сегодня работа Фишера считается краеугольным камнем статистики.

## Сила статистики

**В** первую неделю летней школы в Санта-Фе лекции нам читала специалист по прикладной статистике профессор Элина Родригес. В понедельник она объявила, что планирует показать нам, насколько успешно статистика применяется на практике. Ее лекции основывались на примерах. Она рассказывала, как вычислять среднее арифметическое и стандартное отклонение в росте людей; как определять степень статистической зависимости — такой как связь между курением и раком горла. После вступительного слова Эрики Джен, посвященного новым революционным идеям, я ожидал несколько иного. Но Родригес хотела убедиться, что мы владем базовыми понятиями.

После ее второй лекции я обедал за одним столом с Эстер, шведской специалисткой по компьютерным наукам.

Эстер, в отличие от других членов группы, держалась несколько особняком, как будто знала что-то, всем нам неведомое. Она только что закончила магистерский проект под руководством профессора Паркера, который должен был читать нам лекции на второй неделе занятий. Паркер работал в Принстонском Институте перспективных исследований и был известен оригинальностью мысли и способностью применять математические модели к изучению реального мира.

Эстер рассказала, что ее магистерская работа была посвящена анализу связей между людьми в быстро растущем ин-

тернете. Паркер предположил, что между ростом интернета и структурой нашего мозга есть глубокие аналогии. Оба объекта являются сложными системами, и он пытался разобраться во внутренних взаимосвязях каждой из них. Мне это показалось гораздо более увлекательным, чем та статистика, о которой говорила утром профессор Родригес.

Мы не успели все подробно обсудить, поэтому завтра в обед я снова принялся разыскивать Эстер, намереваясь расспросить ее о деталях проекта. Она сидела за одним столом с Рупертом, чуть в стороне от остальных. Он проводил какие-то вычисления на листах формата А4, сопровождая их объяснениями. Она кивала и периодически делала в его записях карандашные пометки.

— Над чем они работают? — спросил я у сидевших неподалеку Макса и Антонио.

— Руперт рассказывает о статистике, которую применяет в экономике, и предостерегает от самых типичных ошибок. Говорит о максимальном правдоподобию и об опасности принять корреляцию за причинно-следственную связь. В общем, все в таком роде, — сообщил Макс.

— Похоже, ей очень интересно, — заметил я.

— Один англичанин слегка ревнует девушку к другому? — улыбнулся Антонио.

— Нет, — смутился я. — Просто я думал, что Эстер все это уже знает.

И я рассказал им, что руководителем магистерской диссертации Эстер был профессор Паркер, который совсем скоро проложит для нас дорожку от простого статистического мышления к более сложным интерактивным подходам. То есть Руперт растолковывал Эстер совсем уж элементарные вещи.

Антонио посмотрел на меня.

— Из того, что мы в Санта-Фе, не следует, что можно вовсе забыть о статистике.

Он объяснил, что в его собственной области (изучение тропических лесов) точные вычисления невозможны. Он, как

и все мы, приехал сюда, надеясь узнать о взаимодействиях, хаосе и сложной динамике, что, как он предполагает, поможет ему разобраться в работе экосистем. Но сначала всем нам нужно усвоить основы. Нельзя бежать, пока не научишься ходить.

— И все-таки, по-моему, Руперт слишком самодоволен, — откликнулся я.

Это тут ни при чем, ответил Антонио. Важно то, что в разных ситуациях есть верный метод измерения, верный способ проведения эксперимента и верный взгляд на проблему.

— И что бы ты ни думал о Руперте, это все равно так, — сказал он.

Антонио собрался еще что-то добавить, но Макс на него шикнул.

Эстер встала и направилась к нам; следом за ней шел Руперт. Она показала исписанные листки и сказала:

— Кажется, теперь я все поняла.

Эстер объяснила, что она когда-то изучала статистику, но считала ее в основном средством проверить гипотезу: например, эффективно ли лекарство или помогает ли удобрение росту растений. А теперь она видит, что статистика открывает куда больше возможностей. По мере получения новых данных — а именно это сейчас и происходит благодаря Всемирной паутине — мы будем открывать все новые закономерности поведения, сказала Эстер. Автоматизированная обработка этой статистики откроет путь к классификации и пониманию людей.

Руперт, стоя у нее за спиной, улыбался, явно довольный, что смог завербовать нового сторонника своего подхода.

— Похоже, вы двое уже решили все проблемы, не дожидаясь начала лекций, — заметил я.

Эстер усмехнулась.

— Я и так уже некоторое время работаю по “методу Санта-Фе”, — сказала она. — Было приятно вернуться к основам.

Произнося слова “метод Санта-Фе”, Эстер изобразила пальцами кавычки, точно так же, как Руперт в первый день,

когда говорил о “сложных системах”. Увидев ее жест, он рассмеялся.

Но я понимал, что Эстер — в отличие от зашоренного Руперта — открыта новому. Еще до начала курса она сообразила, что оксфордский аспирант-экономист знает что-то, чего не знает она, и постаралась получить от него эту недостающую информацию, изложенную теперь на листочках, которые были у нее в руках. Мало того: она уже даже стала обдумывать, как применить эти знания.

Именно к такому отношению призывал меня мой научный руководитель. Не думать о престиже, а стараться узнать новое от любого, кому оно известно.



## Двенадцать дополнительных лет

**К**огда лондонские друзья принялись спорить об огурцах и Бекки развела руками, предлагая просто согласиться с тем, что они не пришли к согласию, она была права. Среднее арифметическое подводит итог мнениям членов группы в отношении огурцов или чего-либо другого, выдавая одно-единственное число. Точно так же, как средний возраст сказал нам, что друзья — миллениалы, а медианный доход дал представление об их экономическом положении. Эти оценки верны не для каждого из них, но они дают наилучшее представление о группе в целом. Если собрать достаточно данных у достаточно большой группы людей, то можно провести важные, стабильные и надежные измерения.

Возьмем, к примеру, рекомендации, касающиеся здоровья. Лондонские друзья завели разговор на свою излюбленную тему: диеты. Выбор тут чрезвычайно велик. Сьюки выбрала низкоуглеводную диету Аткинса. Софи предпочитает еду и вино в стиле средиземноморской диеты. Джон примеривается к палеолитической диете. Ричард интересуется продуктами с низким содержанием жира. Есть еще две популярные диеты, о которых сообщается в интернете, — по случайному стечению обстоятельств их пропагандируют два борца смешанных единоборств. В зеленом углу мы видим веганскую диету Джеймса Уилкса, описанную в документалке *Netflix* “Переломный момент” (*Game Changers*). В красном — диета

подкастера Джо Рогана, в основе которой — мясо, желательно убитых самим Джо животных, и свежие овощи. Они соревнуются за наше внимание — наряду с еженедельным двухдневным голоданием, отказом от сахара, вегетарианством и несколькими версиями веганства.

Могут ли Сьюки, Софи, Джон и Ричард разобраться в противоречивых мнениях и найти диету, которая действительно пойдет им на пользу?

Этот вопрос в своем обзоре, опубликованном в 2014-м в журнале “Ежегодный обзор общественного здравоохранения” (*Annual Review of Public Health*), рассмотрели Дэвид Кац и Сюзан Меллер. Они пришли вот к какому выводу: ответ всегда зависит от смысла вопроса. Если вопрос в том, есть ли научные доказательства большей полезности средиземноморской или палеолитической диеты в сравнении с, допустим, диетой Аткинса либо вегетарианством, то ответ — нет. Да и “переломная” диета Уилкса не побеждает диету охотника и собирателя Рогана. В здоровье сторонников всех этих диет нет существенных различий.

А вот если вопрос в том, есть ли общий набор рекомендаций в отношении питания, которому стоит следовать, то ответ определенно — да. В этом у ученых нет никаких сомнений. Если не злоупотреблять обработанными продуктами и есть побольше сырых овощей и фруктов, то неважно, что именно вы едите. Все вышеперечисленные диеты при верном их соблюдении этим правилам отвечают. Итак, главное — есть не слишком много и преимущественно растительную пищу, подводят итог Кац и Меллер. Все очень просто.

Но важно помнить о некоторых нюансах. Диеты с ограниченным потреблением сахара уменьшают интенсивность воспалительных процессов. Подростки, увлекающиеся веганством ради быстрого снижения веса, не всегда хорошо знают, какие дополнительные питательные вещества им требуются. Низкоуглеводная диета Аткинса с ее упором на красное мясо враждебна окружающей среде. (Если все мы бросимся до-

бывать себе пищу с помощью огнестрельного оружия, как предлагает Джо Роган, многие виды диких животных будут уничтожены за считанные недели.) Но все вышесказанное не отменяет главной истины: правильно питаться — это значит есть побольше зелени и поменьше обработанных продуктов из банок и коробок.

Подобная формулировка, разумеется, не радует представителей пищевой промышленности и многих СМИ. Средний американский супермаркет предлагает более 40 000 продуктов, большинство из которых — обработанные. При этом надпись на упаковке часто утверждает, что они полезны для здоровья.

Такие утверждения базируются на том, что до сих пор не выработан единый подход к диетическому питанию. Маркетологи подчеркивают, что продукт содержит мало жиров или мало углеводов, но не упоминают о том, что это продукт глубокой переработки и потому даже низкое содержание жиров или углеводов не делает его полезным. Забавно, что по-настоящему полезные продукты — свежая рыба, мясо, фрукты и овощи — обычно не сопровождаются подобными маркетинговыми рекомендациями.

Указанные факты о здоровом питании научно доказаны и вне всяких сомнений верны. Ученые провели широкомасштабные и долгосрочные статистические исследования в отношении не только диет, но и образа жизни в целом. Элизабет Кваавик, нынешняя глава отдела по алкоголю, табаку и наркотикам Норвежского института общественного здравоохранения, изучила жизнь (и смерть) 4886 человек по всей Великобритании за период 1985–2005 гг. Она и ее коллеги — с помощью максимального правдоподобия — определяли, насколько продолжительность жизни зависит от образа жизни. Полученные результаты должны стать уроком для всех нас.

У людей, имевших четыре нездоровые привычки (курили, выпивали более 14 [для мужчин 21] доз алкоголя в неделю, занимались спортом менее двух часов в неделю и съедали в день менее трех порций фруктов и овощей), вероятность умереть

в те 20 лет, которые были охвачены исследованием, составила 15 %. У тех, кто не имел ни одной из этих привычек, вероятность умереть в этот период была менее 5 %. Таким образом, отказ от всех этих привычек сокращает вероятность умереть на две трети (с 15 % до 5 %). Как писала Кваавик с соавторами, “четыре вредные привычки повышают вероятность смерти, делая вас на двенадцать лет старше”.

Исследования образа жизни имеют прямое отношение к каждому из нас. Здоровое питание, регулярные занятия спортом, умеренное потребление алкоголя и отказ от курения — все это гарантирует, что лично *вы* проживете дольше. Необязательно в точности на 12 лет дольше (возможно, на 10 или на 15); главное тут, что наблюдается измеряемый и заметный эффект. Статистический подход к нашему здоровью работает.

## Чай в молоко или молоко в чай?

**Р**ональд Фишер, всю ночь писавший свой шедевр под названием “Об абсолютном критерии аппроксимации частотных кривых” (*On the absolute criterion for fitting frequency curves*), опубликовал его в небольшом университетском журнале. И ожидал заслуженного, как он полагал, признания.

Однако все пошло немного не так. Из его коллег мало кто прочел эту статью, а те, что прочли, ею не заинтересовались. Лежащие в ее основе математические рассуждения показались им тривиальными, а сделанный на их основании вывод о существовании единственного метода проведения статистических измерений был ими не замечен. Столь холодный прием статьи привел 21-летнего автора, привыкшего еще с подросткового возраста получать награды за свои достижения, в крайнее уныние.

Дальше — хуже. Рональд Фишер беден, поскольку его отец разорился. Из-за плохого зрения Рональда в 1914 году не берут в армию, и ему не удастся — несмотря на страстное желание — принять участие в Первой мировой войне. Остается только пойти учителем в школу для мальчиков. Эту работу он ненавидит всей душой. Коллеги считают его холодным и равнодушным, отношения со школьниками не складываются — они его не слушаются. Надежды на признание его исследования тают, и он винит в этом людскую глупость.

Решение он видит в улучшении человеческой породы, выведении более умных индивидов с повышенным IQ (коэффициентом умственного развития) и создании общества, состоящего из просвещенных, по его мнению, людей.

Если сегодняшний молодой человек, рассердившись, может найти утешение в онлайнowych чатах, посвященных обсуждению запретных тем, то для Фишера такой отдушиной стало чтение изданий, подобных журналу “Евгенический обзор” (*Eugenics Review*), и публикация там своих результатов. На различных собраниях он яростно утверждает, что в его стране “худшие особи размножаются быстрее лучших” и что единственный способ спасти человечество — это мужчинам с “научным складом ума, устремленным к совершенствованию людей”, найти достойных женщин и произвести потомство. Он верит, что начавшаяся война может даже пойти на пользу, поскольку “национализм способен сыграть важную роль с точки зрения евгеники”. Фишер охвачен гневом и разочарованием.

Поворот к лучшему происходит неожиданно, после принятого им довольно странного решения. Этот рассеянный ученый, склонный игнорировать практические нюансы, в 1917 году вдруг вознамеривается стать фермером. Фишер полагает это отличным способом доказать, что он — настоящий мужчина. Хотя его и не взяли на войну, он все же принесет пользу английской нации, проявив силу и выносливость, необходимые для работы на земле. Однако в итоге приведет Фишера к успеху вовсе не его собственный тяжелый труд: фермерствовать он предоставляет своей глубоко беременной юной жене Эйлен и ее старшей сестре Джеральдине Гиннесс. (Эта последняя — светская львица, которую Фишер называл Гудруной<sup>1</sup> из-за сходства с норвежской богиней, — даже развелась с мужем, чтобы участвовать в аванюре Фишера и финансировать ее.) Успех Фишера не связан и с его

1 Гудрун — в скандинавской мифологии героический женский образ.

довольно беспорядочными экспериментами над скотом, зерновыми культурами и молоком, которые привели лишь к дополнительному расходу средств Гудруны. К примеру, несмотря на их жизнь на грани бедности, Фишер однажды настоял на покупке за сто фунтов (около половины средней годовой зарплаты в то время) гомогенизатора молока, который им так и не пришлось пустить в ход.

Своим успехом он обязан тому, что привлек внимание директора Ротамстедской опытной станции сэра Джона Рассела, — тот как раз искал упертого математика, который “изучил бы наши данные и извлек из них не замеченную нами дополнительную информацию”. Выпускник Кембриджа, получивший некогда высшие баллы, а ныне вместе с двумя женщинами управлявший пришедшей в упадок фермой с ее мудреным экспериментальным оборудованием, как нельзя лучше подходил для такой работы. Рассел предложил Фишеру должность научного сотрудника.

Следующая сцена разворачивается в 1919 году, во время дневного чаепития в Ротамстеде. Оно стало здесь традиционным с тех пор, как среди сотрудников Ротамстедской опытной станции появилась первая женщина — мисс Бречли. Как объяснил сэр Джон, знакомя Рональда с коллективом, “никто не знал, что делать с сотрудником женского пола, но было ясно, что ей положен чай”.

Фишер становится одним из самых больших любителей этих регулярных собраний. (Обыкновенно он сидит на корточках, оказываясь чуть ниже длинного стола, по сторонам которого размещаются остальные.) Он носит потрепанную одежду, а при разговоре сильно наклоняется вперед, одновременно и погружая собеседников в клубы дыма, и пытаясь взмахами руки развеять эти клубы, как будто не его трубка их источник. Он медленно и пространно излагает свои взгляды на деликатные темы — не в последнюю очередь расо-

вые, — не обращая внимания на смущение присутствующих серьезных девушек.

Во время одного из таких чаепитий Фишер предлагает доктору Мюриэл Бристол налить ей чая. Она отказывается, объясняя, что предпочитает сначала налить в чашку молоко. Фишер недоверчиво восклицает: “Чепуха! Тут нет никакой разницы!”. Но доктор Бристол непоколебима и не слушает уговоров окружающих. Она уверена, что чувствует разницу.

Фишер не может допустить, чтобы такое, пусть и малосущественное, утверждение осталось без доказательств. Вместе с коллегой Уильямом Роучем (за которого Бристол впоследствии выйдет замуж) он организует эксперимент.

Все участники чаепития понимают, что двух чашек для эксперимента недостаточно: ведь удача легко может улыбнуться доктору Бристол в половине случаев. Роуч советует провести серию парных экспериментов, предлагая девушке в ходе каждого две чашки чая и проверяя, заметила ли она разницу. При этом вероятность того, что Бристол посчастливится просто угадать правильный ответ два раза подряд, равна произведению  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ , или 1 из 4. Вероятность угадать ответ три раза подряд равна 1 из 8, а четыре раза подряд — 1 из 16. Тест явно хороший. Очень маловероятно, что она чисто случайно пройдет его успешно четыре раза подряд.

Но Фишера это не удовлетворяет. Он, как обычно, хочет найти уникальный наилучший способ измерения. Отвергнув предложение Роуча, он просит приготовить восемь чашек чая (в четыре из них первым наливается молоко, а в четыре — чай) и расставить их на подносе случайным образом. Доктор Бристол должна теперь определить, в какие четыре чашки сначала налили молоко.

— И чем же этот способ отличается от моего? — изумляется Роуч. — Ведь число чашек в обоих случаях одинаково.

— Если на самом деле она не чувствует разницы, — объясняет Фишер, — то вероятность случайно “найти” все четыре чашки составляет теперь 1 из 70, то есть намного меньше, чем



1 из 16. Тест получится гораздо более строгим. Это максимально строгий тест из всех возможных.

Чтобы понять, почему Фишер (снова) прав, рассмотрим все способы, какими можно расставить чашки. Первой можно выбрать любую из восьми чашек, второй — любую из семи оставшихся и так далее. Таким образом, восемь чашек можно расположить  $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$  способами. Некоторые из этих способов идентичны с точки зрения порядка расположения чашек, в которые сначала налили чай, и теми, где начали с молока. Для того чтобы посчитать число таких идентичных расстановок, мы сначала посчитаем, сколькими способами можно разместить “молочные чашки”:  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ , потом то же — для “чайных чашек”. А потом возьмем отношение:

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{24 \times 24}{40\,320} = \frac{1}{70}$$

Оно показывает, какова вероятность определенного расположения чашек. Это проиллюстрировано на рисунке 1.

Из всех возможных расположений только одно верное, поэтому у доктора Бристол есть только 1 шанс из 70 ответить правильно. Если, конечно, она не чувствует разницу на вкус...

Но она ее чувствовала. И, к всеобщему изумлению, последовательно, одну за другой, определила те чашки, в которые молоко налили раньше чая. Доктор Бристол оказалась на высоте.

В отношении доктора Бристол Фишер был неправ. Но своим коллегам он кое-что доказал: они поняли, что этот плохо одетый математик лучше них организует эксперименты. Его методы позволяют повысить вероятность успеха еще *до начала* эксперимента. Методы Рональда Фишера получили широкое распространение в Ротамстеде, а со временем его подход переняли и другие биологи и клиницисты. Только когда Фишер занялся практическими проблемами, его гени-

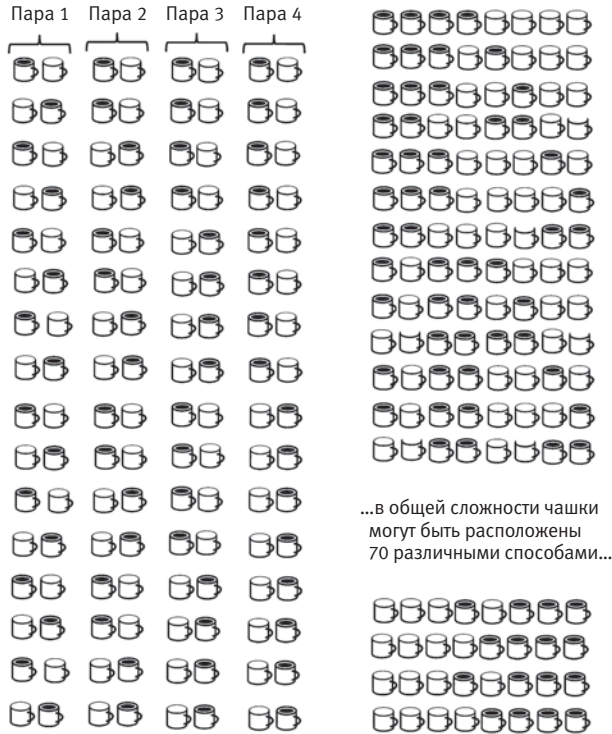


Схема парных экспериментов. Изображены все возможные пары чашек. В каждом из 16 возможных тестов в одну чашку из каждой пары сначала налили молоко, а в другую — чай.

Схема эксперимента Фишера. Изображены все возможные полностью рандомизированные тесты. В каждом из 70 возможных расположений свое чередование “молочных” и “чайных” чашек.

**Рис. 1.** Как проверить способность доктора Бристол определять на вкус, что первым налили в чашку — молоко или чай?

альность наконец признали не только кембриджские математики, но и биологи во всем мире. Как позже сострил один американский статистик, “Фишер научил экспериментаторов проводить эксперименты”.

Прошло еще пять лет, и вот уже герой нашего фильма, Рональд Фишер, стоя на ячменном поле, подробно объясняет

группе молодых людей обоего пола, как они будут измерять урожайность каждого участка. Согласно его рандомизированному плану эксперимента для каждого вида обработки участок выбирается случайным образом, чтобы минимизировать шанс случайного получения статистически значимого результата. Под бравурную музыку камера поднимается вверх и показывает серию экспериментов и открытий, которые стали возможны благодаря идеям Фишера.

Научная деятельность Рональда Фишера в конце концов принесла ему заслуженную славу. Исследования, которые он проводил в Ротамстеде, стали основой для всех современных исследований во всех областях — от микробиологии до социологии. Его “фундаментальная теория естественного отбора” положила начало эволюционной биологии. Его вклад в развитие статистики XX века, по мнению многих коллег, бесценен. В 1933 году он перешел из Ротамстеда в лондонский Университет-Колледж на должность профессора, а позже вернулся в свой родной Кембриджский университет.

Молодой Рональд Фишер был прав: есть единственный верный способ проводить измерения и обрабатывать данные, но он спрятан среди бесчисленного множества неверных.

## Счастливый мир

Работа Фишера помогла установить наилучший способ организации экспериментов и наблюдений с помощью рандомизированного плана, а также предложила схему интерпретации их результатов на базе максимального правдоподобия. В следующие сто лет статистический подход Фишера применялся в медицинских исследованиях, психологическом анкетировании, социологических опросах и бизнес-аналитике; он даже лег в основу того, как в соцсетях анализируются онлайн-взаимодействия. Именно благодаря работе Фишера в Кембридже и Ротамстеде мы ныне собираем столько статистических данных обо всех аспектах своей жизни.

Во многих случаях результаты исследований помогают разобраться в себе. Примером может служить увеличение продолжительности жизни за счет выработки здоровых привычек.

Однако то, что статистика доказала пользу здорового образа жизни, не означает, что нужно следовать рекомендациям *любого* научного исследования, о котором узнаешь. Надо научиться оценивать числа и задаваться вопросом, о чем они свидетельствуют на самом деле.

После нашей последней встречи с друзьями-лондонцами прошло некоторое время, и все они даром его не теряли. Айша и Энтони с удовольствием совершенствовали свои

статистические навыки. Бекки училась, критикуя, быть более конструктивной. А Чарли проглядывал газетные и онлайн-овые статьи в поисках научных исследований удовлетворенности жизнью.

Чарли нашел в интернете публикацию под названием “Всемирный доклад о счастье”. Авторы этого доклада ежегодно, начиная с 2005-го, анализировали результаты опроса, проводимого Институтом Гэллага в 160 странах (что включает 99 % населения мира). Для этого случайной выборке жителей каждой страны задается больше сотни вопросов — об их доходах, здоровье и семьях. Среди прочих есть там и такой вопрос:

*Учитывая все обстоятельства, насколько вы в настоящее время удовлетворены своей жизнью в целом? Для ответа используйте шкалу от 0 до 10, где 0 — не удовлетворен, а 10 — доволен.*

Этот числовой ответ можно рассматривать как меру личной удовлетворенности жизнью. Мысленно ответьте на этот вопрос, прежде чем читать дальше. Насколько вы удовлетворены своей жизнью по шкале от 0 до 10?

Жители разных стран дают разные ответы. Во введении я уже приводил среднее значение за 2022 год по Великобритании. Это число равно 6,44, и, в соответствии с этим, страна заняла в том году 17-е место в мире по уровню удовлетворенности жизнью. На первом месте была Финляндия — 7,82. (В Скандинавии и странах Северной Европы показатели вообще высоки.) США на 16-м месте (опережая Великобританию на 0,03 балла). Китай со своими 5,59 занимает 72-е место, находясь примерно в середине списка опрошенных стран. Черногория, Эквадор, Вьетнам и Россия тоже занимают места, близкие к середине. Ближе к концу списка располагаются многие африканские страны (Уганда на 117-м, а Эфиопия на 131-м) и страны Ближнего Востока (Иран на 110-м,

а Йемен на 137-м). Самой несчастливой страной мира в 2022-м был Афганистан — 2,4.

Чтобы лучше понять различия между странами, Энтони построил график средней ожидаемой продолжительности жизни сравнительно с баллами удовлетворенности. Эти значения показаны на рисунке 2а<sup>1</sup>. Каждый кружок на графике — это страна. По оси  $x$  показана ожидаемая продолжительность жизни в данной стране, по оси  $y$  — средний уровень удовлетворенности по шкале от 0 до 10. В целом, чем выше в стране ожидаемая продолжительность жизни, тем выше там уровень удовлетворенности.

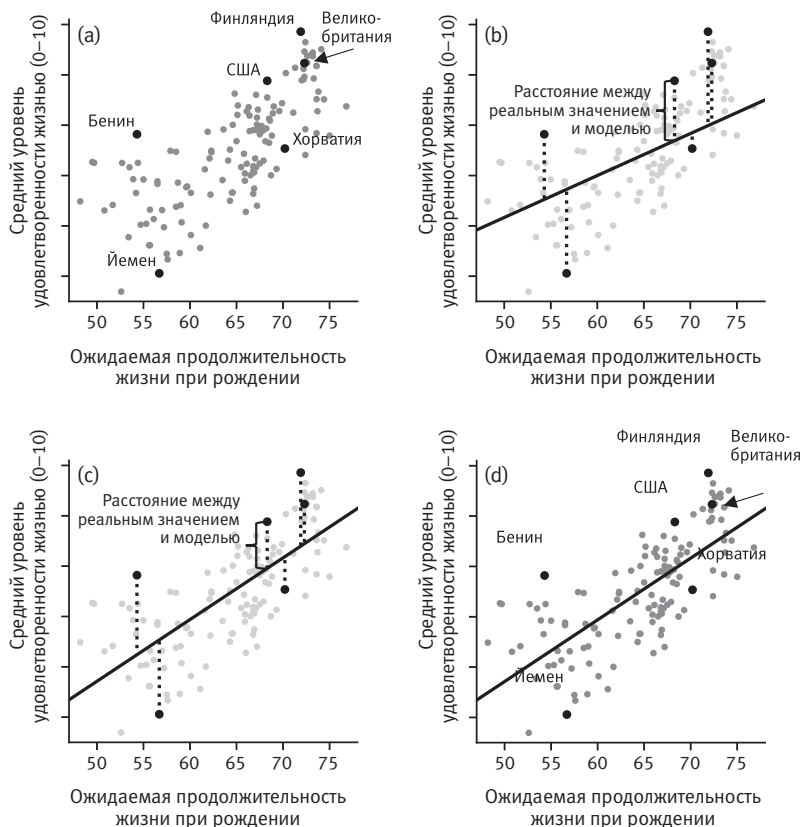
Один из способов выразить эту зависимость численно — провести через точки прямую, показывающую, как возрастает уровень удовлетворенности по мере увеличения ожидаемой продолжительности жизни. Предположим например, что каждые 12 дополнительных лет жизни добавляют 1 балл удовлетворенности. В этом случае “уравнение счастья” имеет вид:

$$\text{удовлетворенность} = 1/12 \times \text{продолжительность жизни}$$

Например, если средняя ожидаемая продолжительность жизни в стране составляет 60 лет, то это уравнение предсказывает, что уровень удовлетворенности в ней составит  $60/12 = 5$ . А если продолжительность жизни 78, то уровень удовлетворенности  $78/12 = 6,5$ .

Этому уравнению соответствует проходящая через скопление стран прямая, показанная на рисунке 2b. Если поставить палец на число 60 на оси  $x$  (ожидаемая продолжительность жизни при рождении) и провести вертикаль до пересечения с этой прямой, то на оси  $y$  этой точке будет соответствовать уровень удовлетворенности 5. Аналогичным образом, ожидаемой продолжительности жизни в 78 лет будет соответство-

1 Следует учесть, что на всех графиках рис. 2 не показаны оси координат. Графики отображают лишь часть координатной плоскости, расположенную выше и правее начала координат.



**Рис. 2.** Зависимость между ожидаемой продолжительностью жизни при рождении и средним уровнем удовлетворенности для 136 стран мира. Подробности можно найти во “Всемирном докладе о счастье” за 2019 год. (a) Каждая страна представлена серым кружком. Некоторые страны выделены черным. (b) Одна потенциально возможная прямая с наклоном  $1/12$ , проходящая через ноль (который на рисунке не показан), описанная в основном тексте и показывающая взаимосвязь между удовлетворенностью и ожидаемой продолжительностью жизни. Пунктирные линии, соединенные с прямой, показывают разницу между моделью и реальностью для некоторых конкретных стран. (c) Прямая максимально правдоподобной зависимости между уровнем удовлетворенности и ожидаемой продолжительностью жизни имеет наклон  $0,112$  и пересекает ось  $y$  в точке  $y = -2,41$ . (d) Если наложить модель на имеющиеся данные, можно посмотреть, насколько точно она отражает реальность в разных странах.

вать уровень удовлетворенности в 6,5. Число 1 / 12 в приведенном выше уравнении — это наклон прямой: для каждых 12 лет перемещения по оси  $x$  уровень удовлетворенности увеличивается на 1 балл по оси  $y$ .

Эта конкретная линия, предсказывающая увеличение удовлетворенности на одну двенадцатую от продолжительности жизни, — одна из множества прямых, которыми можно описать взаимосвязь между удовлетворенностью и продолжительностью жизни. Вопрос: является ли она “наилучшей”? Наклон в одну двенадцатую с виду кажется подходящим, но точно ли он, как попросил бы доказать Фишер, максимально правдоподобный? Вспомним, что среди множества неверных ответов есть только один верный.

Чтобы найти правильный ответ, сначала измерим расстояния между прямой и каждой из точек. Эти измерения представлены на рисунке 2b для показанной выше прямой, которая предсказывает увеличение удовлетворенности на одну двенадцатую от продолжительности жизни. Пунктиры, проведенные к этой прямой из Бенина, Йемена, Хорватии, США, Великобритании и Финляндии, показывают, насколько данные для этих стран отличаются от предсказанных значений, то есть расстояние от прогноза (сплошной линии) до реальности (кружков, обозначающих страны).

Прямая, находящаяся в среднем ближе всего ко всем точкам, задается уравнением

$$\text{удовлетворенность} = 0,123 \times \text{продолжительность жизни} - 2,425$$

Она показана на рисунке 2с. Ее наклон чуть круче, чем у прямой на рисунке 2b, а пересечение с вертикальной осью происходит при отрицательном значении  $y = -2,425$  (в нашем первом уравнении пересечение происходило в нуле).

Я заявил, что вторая прямая (та, что на рис. 2с) ближе к точкам, чем первая (рис. 2b). Но мог ли бы я убедить в этом Фишера? Давайте сложим квадраты расстояний от прямой



до точек. Например, в США уровень удовлетворенности равен 6,88, а ожидаемая продолжительность жизни — 68,3. Первое равенство (рис. 2b) предсказывает:

$$\text{удовлетворенность в США} = 1/12 \times 68,3 = 5,69$$

Это значит, что квадрат расстояния между предсказанным значением и реальным составляет  $(6,88-5,69)^2 = 1,416$ . Второе равенство (рис. 2c) предсказывает:

$$\text{удовлетворенность в США} = 0,123 \times 68,3 - 2,425 = 5,98$$

Это значит, что квадрат расстояния между предсказанным значением и реальным составляет  $(6,88-5,98)^2 = 0,8100$ , а это меньше, чем 1,416 (число, получившееся для первого уравнения). То есть, по крайней мере для США, второе уравнение точнее первого.

Мы повторим те же вычисления для всех стран и для обеих прямых и просуммируем по всем странам. Статистики называют это вычислением суммы квадратов расстояний. Будем считать наиболее подходящей ту прямую, у которой эта сумма минимальна. Сумма квадратов расстояний для прямой на рисунке 2b равна 82,84, а для прямой на рисунке 2c сумма меньше: 71,76. Так что вторая прямая точнее первой. На веб-странице моей книги я описываю процесс вычисления этих сумм пошагово (подробности см. в разделе “Примечания и ссылки”), а также показываю, что второе уравнение дает не только лучшее приближение, чем первое, но и ближе всего к имеющимся данным в терминах суммы квадратов расстояний. Не существует прямой, которая была бы в среднем ближе к точкам стран, чем эта. Однако отсюда не следует, что она лучше для всех стран. Например, для Хорватии ближе прямая на рисунке 2b. Но в среднем по всем странам эта прямая дает наилучшее приближение к имеющимся данным.

Энтони и Айша сидят за компьютером, любуясь прямой, которую они подобрали для данных об удовлетворенности жизнью, когда входит Бекки.

— Сейчас опять начнется, — шепчет Энтони Айше, вспоминая, как Бекки во время дискуссии об огурцах призывала всех согласиться с тем, что они не достигли согласия. — Давай расскажем ей, что мы выяснили, до того, как она начнет делиться своими сомнениями.

Прежде чем Бекки открывает рот, Айша начинает объяснять ей, что люди, которые и здоровее, и дольше живут, более довольны своей жизнью. По ее словам, ключ к счастью — долгая жизнь. Прямая, проведенная через скопление точек, — доказательство этой взаимосвязи.

Но и Бекки на этот раз подготовилась. Она прочла “Всемирный доклад о счастье”, из которого взяты данные, и говорит, что заметила корреляцию удовлетворенности не только с продолжительностью жизни. Изучая данные по странам, она увидела прямую зависимость удовлетворенности от валового внутреннего продукта (ВВП — мера экономического благосостояния), а также от доли опрошенных, ответивших “да” на вопрос “Довольны или недовольны вы своей свободой выбирать, что делать со своей жизнью?”; а еще от среднего размера пожертвований в благотворительные фонды и от отношения к коррупции в стране. Бекки заявляет, что самый лучший индикатор удовлетворенности жизнью (лучший, чем ожидаемая продолжительность жизни) — ощущение поддержки со стороны окружающих. В странах, где люди с большей вероятностью ответят “да” на вопрос: “Если у вас возникнут трудности, есть ли у вас родственники или друзья, от которых вы рассчитываете получить необходимую помощь?”, уровень удовлетворенности жизнью выше.

Зависимость между удовлетворенностью и продолжительностью жизни, объясняет Бекки, чрезвычайно сложна. Тут столько взаимосвязанных факторов, что прямолинейная модель — слишком большое упрощение.

— Из этих данных мы не сможем понять, будет ли человек испытывать удовлетворение. Мы не можем сказать ничего определенного об уровне удовлетворенности отдельных людей, — говорит она.

Что ж, Бекки права.

Джон Хеллиуэл и его коллеги, которые собрали данные для “Всемирного доклада о счастье”, подчеркивают важность того, что они называют социальным фундаментом, для создания более счастливого мира. Удовлетворенность возникает тогда, когда у нас есть свобода выбора, когда окружающие нас люди щедры и дружелюбны, когда мы не живем в нищете и когда нам (вероятно) предстоит прожить долгую жизнь. Но при интерпретации этих результатов нужно соблюдать осторожность. Из сравнения данных по разным странам мы не можем понять, какие факторы *вызывают* удовлетворенность (являются ее причиной), а какие ей просто *сопутствуют* (коррелируют с ней). Мы не знаем, способствуют ли развитое здравоохранение и соцподдержка повышению удовлетворенности — или же люди с более позитивным взглядом на жизнь создают в своей стране развитое здравоохранение и соцподдержку. Мы знаем лишь, что у жителей более стабильных и процветающих стран с более мощной социальной поддержкой уровень удовлетворенности жизнью обычно выше.

Результаты национальных опросов — в отличие от рассмотренных ранее крупномасштабных исследований здоровья населения — не позволяют нам прокладывать собственную дорогу к счастью. Большинство факторов, которые изучали Хеллиуэл и его коллеги, нам неподвластно. Из того, что жители Финляндии довольны своей жизнью, не следует, что, переехав в Финляндию, вы будете довольны своей. И само знание того, что вы будете жить дольше, не гарантирует удовлетворенности. Между экономическим развитием, здравоохранением, соцобеспечением, демократией и свободой самовыражения существуют сложные взаимосвязи, лежащие в основе тех корреляций, которые мы видим в данных. Проще говоря, при сравнении стран мы не можем отличить причину от следствия.

## Счастливым человек

**К**ак найти рецепт собственного счастья? Друзья решают переключиться со сравнения стран на исследования, ориентированные на отдельных людей.

Внимание Чарли привлек заголовок “Да, счастье можно купить... если тратить деньги на экономию времени”. В названной так заметке из *USA Today* объяснялось, что люди, которые тратят деньги на помощника/помощницу по дому, службы доставки и такси, больше довольны жизнью, чем те, кто этого не делает. Описанное в газете исследование провели Элизабет Данн, профессор Университета Британской Колумбии, и ее коллеги, в частности, Эшли Уилланс, доцент делового администрирования из Гарварда. Чарли скачал их научную статью, опубликованную в *Proceedings of the National Academy of Sciences*, чтобы узнать, что четверо друзей могут из нее извлечь.

Данн и ее коллеги сначала провели опросы в США, Канаде, Дании и Нидерландах, изучая, как именно люди тратят деньги и насколько они довольны своей жизнью. Подход этих ученых аналогичен подходу, использованному в опросе Гэллапа, который мы рассматривали ранее, но они анализируют поведение отдельных людей, а не ситуации в странах в целом. Чарли и его друзьям этот аспект ближе — ведь они-то люди, а не страны. Исследователи обнаружили, что у тех, кто больше тратит денег на *экономию времени*, выше уровень удовлетворенности жизнью.

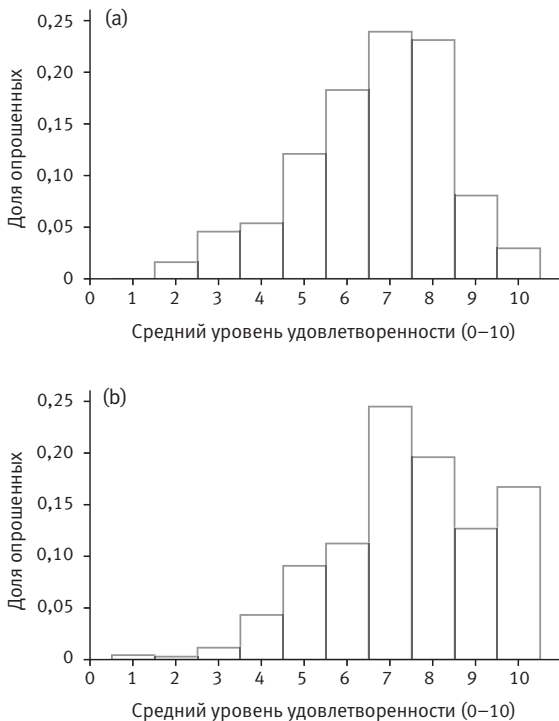
Чарли рассказывает об этих результатах Айше и Энтони, и все трое понимают, что их свежеприобретенные статистические навыки могут пригодиться для более подробного рассмотрения описанных в статье данных. Одна из давних сотрудниц Данн — Лара Акнин, профессор психологии Университета Саймона Фрейзера, — создала репозиторий данных, полученных в ходе опросов об уровне удовлетворенности. Организация подобных репозиторий, где данные хранятся в обезличенном виде, так что участников опроса нельзя идентифицировать, стали для психологов стандартной практикой. Репозитории данных позволяют другим исследователям — даже любителям вроде Айши и Энтони — разобраться в выводах авторов и проверить их.

Айша и Энтони начали с рассмотрения данных одного опроса, проведенного в США. У тех, кто не тратил денег на экономию времени, уровень удовлетворенности жизнью составил в среднем 6,70, а у тех, кто тратил, — 7,22. Эту разницу нельзя считать случайной, потому что опрошено было более тысячи человек.

Бекки отнеслась к этой информации скептически. “Все люди разные, — сказала она. — Из этого результата ведь не следует, что *все*, кто тратит деньги, чтобы сэкономить время, на полбалла счастливее тех, кто не тратит? Правда же?”

Для ответа на вопрос Бекки Энтони строит две гистограммы уровня удовлетворенности жизнью: одну для тех, кто тратит деньги ради экономии времени, вторую для тех, кто не тратит (см. рис. 3). Эти гистограммы подкрепляют сомнения Бекки: уровень удовлетворенности у людей сильно колеблется, и разница между группами невелика. У тех, кто не тратит деньги ради экономии времени, чуть чаще встречаются оценки 5 и 6, а у тех, кто тратит, чуть чаще встречаются оценки 9 и 10. В обеих группах много оценок 7 и 8.

Айша объясняет Бекки результат проведенного ею статистического теста. Она выбрала случайным образом одного человека из числа тех, кто *не тратит* деньги на экономию



**Рис. 3.** Гистограммы удовлетворенности. Они показывают долю людей, оценивших свой уровень конкретным числом от 1 до 10, среди (а) тех, кто не тратит деньги на экономию времени, и (б) тех, кто тратит деньги на экономию времени.

времени, и точно так же — одного из тех, кто *тратит*, и сравнила их уровни удовлетворенности. Повторив эту процедуру (с помощью компьютера) 100 000 раз, она определила долю тех случаев, когда человек, тратящий деньги на экономию времени, оказался счастливее. Эта доля составила всего 55 %.

Этот результат можно рассмотреть в свете вашего ответа на вопрос “Насколько вы удовлетворены своей жизнью по шкале от 0 до 10?”, который я задавал ранее. Если вы не тратите никакую долю своего месячного бюджета ради эконо-

мии времени, то 55 % — это вероятность того, что вы станете счастливее, если начнете тратить. А если вы тратите некую долю своего месячного бюджета ради экономии времени, то вероятность того, что вы станете счастливее, если перестанете это делать, составляет 45 %. Тратить деньги на экономию времени имеет смысл, но никаких гарантий результата нет. Если бы эта трата никак не влияла на уровень удовлетворенности, то вероятность составляла бы 50 %.

В этом опросе анкетированные указывали свои ежемесячные затраты на товары, мероприятия и услуги по экономии времени. Энтони находит прямую с минимальной суммой квадратов расстояний до всех точек. Оказывается, что каждые \$100, потраченные на экономию времени, в среднем повышают уровень удовлетворенности на 0,31. Таким образом, повышение подобных расходов с нуля до \$300 в месяц приведет к росту уровня удовлетворенности почти на целый балл. Прямойлинейная модель показывает также, что повышение расходов на мероприятия вдвое менее эффективно, чем повышение расходов на экономию времени, а повышение расходов на товары — в пять раз менее эффективно. Из этого анализа можно сделать вывод, что сама по себе трата денег не повышает уровня удовлетворенности, но покупка времени и отчасти мероприятий намного эффективнее покупки товаров. Проведенный Энтони дальнейший анализ показывает, что повышение расходов на экономию времени сверх \$300 имеет ничтожный эффект, поэтому тратить намного больше денег на экономию времени бессмысленно.

Этот анализ производит большое впечатление на Чарли. Он чувствует, что мог бы проверить эти результаты на практике: возможно, повышение расходов на экономию времени для него лично и не работает, однако попробовать стоит. Но Бекки опять сомневается. “Это не доказывает, что расходы на экономию времени *приносят удовлетворение*, — говорит она. — Что если, напротив, более довольные жизнью люди охотнее тратят деньги на экономию времени?”

На подобные вопросы может ответить правильно спланированный эксперимент, подобный тесту Фишера во время чаепития, а также тем тестам, которые он предлагал для проверки урожайности разных злаков. Эффективность того или иного изменения можно проверить, подобрав людей с более-менее схожими характеристиками и случайным образом распределив их на две группы.

Данн с коллегами провели такой эксперимент. Они набрали его участников среди посетителей научно-технической выставки и дали каждому из них \$ 40 для затрат на экономию времени на одной неделе и \$ 40 для покупки товаров на другой неделе (следующей или предыдущей). Порядок, в котором разрешалось делать покупки, был рандомизирован. Айша изучила траты 60 участников эксперимента и возникшую разницу в уровне удовлетворенности. Например, одна женщина, которая на первой неделе приобрела тушь для ресниц и тени, на следующей неделе была намного более довольна, когда взяла такси и дала шоферу чаевые. Мужчина, купивший на одной неделе уличный игровой комплекс, а на другой — сводивший семью поужинать, был намного более доволен ужином. В некоторых случаях вышло наоборот: одну женщину больше порадовала покупка походной экипировки, чем плата за маникюр. В целом 26 из 60 участников эксперимента получили большее удовольствие от затрат на экономию времени, 14 — от покупок товаров, а 20 человек не заметили особой разницы.

Для интерпретации этого результата надо усвоить два основных понятия статистики: значимость и величина эффекта. Статистическая значимость — это вероятность того, что результаты исследования получились случайно. Давайте присмотримся к тем, кому больше понравились покупка времени или покупка товаров (таких было 40 человек). Если бы между такими покупками не существовало разницы, можно было бы ожидать, что 20 из них понравилась бы покупка времени, а 20 — покупка товаров. Если бы оказалось, что 21 или 22 человека почувствовали большее удовлетворение от по-



купки времени, мы бы не стали спешить с выводом, будто покупка времени определенно лучше. Такие мелкие отклонения можно объяснить случайностью.

Поэтому вопрос в том, можно ли объяснить случайностью то, что 26 человек из 40 получили большее удовольствие от покупок, экономящих время. Проверяется это очень просто: достаточно посчитать, какова вероятность выпадения не менее 26 орлов, если подбрасывать монету сорок раз. Эта вероятность — около 2 %, то есть событие довольно маловероятно, а следовательно, полученный в исследовании о покупках результат — статистически значим.

Статистическая значимость отличается от величины эффекта. В данном исследовании медианная разница между уровнями удовлетворенности от двух типов покупок составила 0,167 по шкале от 0 до 5. Это небольшая величина эффекта (то есть уровень удовлетворенности менялся слабо). Когда Айша сравнивала уровни удовлетворенности двух случайно выбранных людей из разных групп, обнаруженный ею аналогичный эффект был тоже невелик. В 45 % случаев более довольным оказывался тот, кто не тратил деньги на экономию времени. Здесь опять результат статистически значим (то есть его нельзя объяснить простой случайностью). Но даже если бы трата денег на экономию времени никак не сказывалась на уровне удовлетворенности, при попарном сравнении можно ожидать, что тот, кто тратит деньги на экономию времени, был бы более доволен в 50 % случаев (точно так же, как мы ожидаем, что при бросании монеты орел выпадает в половине случаев). Сравнивая 50 % и 45 %, мы видим, что эффект весьма мал.

Читая сообщения об исследованиях, нужно учитывать не только наличие причинно-следственной связи, но и статистическую значимость и величину эффекта. Рассмотренное нами ранее исследование об образе жизни и ее продолжительности дало статистически значимые результаты, показав причинную связь и большую величину эффекта (12 допол-

нительных лет). Исследование зависимости между ожидаемой продолжительностью жизни и удовлетворенностью ею по странам дало статистически значимые результаты с большой величиной эффекта, но не указало на наличие причинной связи. Исследование зависимости между экономией времени и удовлетворенностью продемонстрировало причинную связь и прошло тест статистической значимости, но величина эффекта оказалась мала.

Поэтому когда вы в следующий раз увидите броский заголовок, прослушаете вдохновенное выступление на конференции TED или щелкнете по ссылке, обещающей счастье, подумайте об этих трех аспектах: о причинно-следственной связи, статистической значимости и величине эффекта. Для того чтобы исследование могло принести пользу лично вам, налицо должны быть все три фактора.

## Злобный старик

**Я** несколько скептически отнесся к Родригес, когда узнал, что она работает в каком-то колледже на севере штата Нью-Йорк<sup>1</sup>, — говорит Руперт по дороге на предпоследнюю лекцию недели. — Но она хорошо излагает предмет, а сегодняшняя лекция будет о Рональде Фишере. Должен признаться, меня это впечатлило.

Руперт объясняет, что преклоняется перед этим ученым. Ведь Фишер не только работал над планированием экспериментов, оценкой максимального правдоподобия и другими аспектами статистики, но и внес серьезный вклад в генетику и математическую биологию. По мнению Руперта, Фишер олицетворяет доказательный подход, без которого в современной науке не обойтись.

Впрочем, иной раз, признает Руперт, Фишер бывал излишне резок. Например, когда опубликованный им в 1934 году выдающийся труд “Планирование экспериментов” (*The Design of Experiments*) удостоился восторженной рецензии в *British Medical Journal*, Фишер обиделся на замечание о том, что его эксперименты проводились на сельскохозяйственной опытной станции. Он отправил в журнал послание, где указал точное количество страниц, посвященных описанию его экспериментов, особо подчеркнув, что резуль-

1 Северная часть штата Нью-Йорк считается отсталой в культурном плане.

таты были им получены в различных областях, а не только в сельском хозяйстве.

Большую известность получила переписка Фишера с группой статистиков, которых он именовал “математиками”. В нее входили профессора из разных стран мира, не ценившие, по мнению Фишера, его талант. Он называл их “математиками”, так как полагал, что их работы абстрактны, тогда как сам он изучает реальность. Эти оппоненты редко побеждали его в споре. Как объяснил Руперт, почти никто из коллег Фишера не мог сравниться с ним во владении статистическими методами, знании биологии или творческом мышлении. Один из них описывал Фишера так: “он даже больше, чем все мы... стремился быть оригинальным, правым, важным, известным и уважаемым”.

Уже в аудитории Руперт резюмирует: “Если развивать свои идеи так же страстно и тщательно, как это делал Фишер, мы сможем совершить великие открытия. Не нужно забивать себе голову всей этой мистической сложностью, которой они намерены потчевать нас ближайшие недели”.

Профессор Родригес стоит перед нами, дожидаясь, пока шум затихнет. Уже в полной тишине, но по-прежнему не говоря ни слова, она вставляет в проектор фотографию Рональда Фишера.

— Рональда Фишера многие почитают, — начинает она. — И безусловно именно с него стоит начинать изучение статистического подхода, на котором базируется наука. Но у Фишера есть и другая сторона. Вот на нее-то мы сегодня и взглянем...

Родригес рассказывает, что на работе Фишер был упрямым и яростным спорщиком, старавшимся перекрыть несогласных. Один из друзей Фишера говорил, что он “эксцентричен, придирчив, упрям и часто крайне субъективен”. Дома он вел себя еще хуже. Его дочь и биограф Джоан Фишер Бокс своими глазами видела, как порой “в приступе неистовой ярости

сти он был готов испепелить жену”. Когда во время Второй мировой войны закрыли одну из его исследовательских программ, у него развилась паранойя и он начал вести себя как садист, срывая злость на жене и муча ее нападками. Если же дети осмеливались заступаться за мать, он велел им молчать.

Слушая рассказ Родригес, некоторые ахают, другие возмущенно качают головами. Но как только она заканчивает, Руперт поднимает руку и, не дожидаясь разрешения, спрашивает: “Какое отношение личная жизнь Фишера имеет к его научной деятельности?”

— Дело в том, — отвечает Родригес, — что программа, закрытая перед войной, была посвящена евгенике: попыткам улучшить породу как животных, так и людей. Фишер считал, что люди от рождения делятся на низших и высших, и хотел добиться того, чтобы у высших было больше детей.

В молодости Фишер верил, что наблюдаемые им несходства в умственных способностях и уровне успешности людей — следствие расовых различий. Он считал, что разные социальные классы и народы обладают разными генетическими характеристиками и конкурируют за доминирование. В 20-е и 30-е годы, в мрачном преддверии Второй мировой войны, Фишер рьяно пропагандировал принятие закона о “добровольной стерилизации” “слабоумных” женщин.

— Самым противоестественным в этой кампании Фишера за стерилизацию было то, — объясняет Родригес, — что вскоре он пошел наперекор собственным теоретическим результатам.

Родригес предлагает временно оставить в стороне вопрос об определении “слабоумия”, которое в наши дни не считается правомерным медицинским диагнозом, и даже совершенно неэтичную программу стерилизации. Профессор просит нас исходить из предположения — каким бы неприятным оно нам сегодня ни казалось, — что Фишер и тогдашние евгеники искренне считали возможным относить определенных людей к этой категории.

Ахиллесовой пятой их аргументации было то, что они знали: родители “слабоумных” детей обычно не являлись “слабоумными”. И не у всех “слабоумных” родителей дети рождались “слабоумными”. Из этого следовало, что предполагаемый аллель (ген) “слабоумия” рецессивен, то есть для того чтобы ребенок был “слабоумным”, этот ген должен присутствовать и у матери, и у отца. Кембриджские коллеги Фишера еще в 1915 году доказали, что устранение редкого рецессивного аллеля занимает тысячи или даже десятки тысяч поколений. Так что даже самая эффективная программа стерилизации не позволила бы ликвидировать “слабоумие”. Нынче нам известно, что гена “слабоумия” вообще не существует, что ум — сложная комбинация различных генов и факторов внешней среды, но даже наука того времени не могла признать позицию Фишера состоятельной.

— Теперь вы понимаете, — сказала Родригес, в упор глядя на Руперта, — почему личность Фишера и даже его личная жизнь имеют значение. Он не только выдвигал глубоко неэтичные предложения в отношении евгеники, но и проявлял воинственность, защищая неосновательную с научной точки зрения идею. И это не единственная его ошибка такого рода...

После Второй мировой войны интерес Фишера к евгенике угас, а на смену ему в 1950-е пришла другая близкая его сердцу тема: курение. Он был согласен с наличием корреляции между курением и раком, но утверждал, что для доказательства причинной связи данных недостаточно: пусть курильщики чаще болеют раком, но из этого еще не следует, что курение вызывает рак. Он выдвинул гипотезу о наличии генетической связи между тягой к курению и предрасположенностью к раку. Мол, за то и за другое могут отвечать одни и те же гены.

В то время гипотезу Фишера было трудно полностью опровергнуть. Структуру ДНК только что открыли, и ни одна из имеющихся в настоящее время генетических технологий еще не была разработана. Фишер принялся проводить неболь-

шие исследования, которые якобы частично подтверждали его гипотезу. Он обнаружил, что однояйцевые близнецы обладают схожими привычками в отношении курения с большей вероятностью, чем разнородные. Раскопал прежде отвергнутые данные о том, что курильщики, утверждающие, что они при курении затягиваются, с меньшей вероятностью заболевают раком, чем те, кто, по их словам, не затягивается. И хотя эти исследования не подтверждали однозначно его гипотезу, они могли заставить усомниться в том, что сигареты вызывают рак.

Несмотря на все усилия табачных компаний, финансировавших в то время Фишера и других статистиков, связь между курением и раком в конце концов была доказана. В настоящее время Генеральный хирург США<sup>1</sup> на основании массы свидетельств считает курение причиной почти полумиллиона смертей в год в Америке. Данные Фишера о том, что курильщики, утверждающие, что они во время курения затягиваются, с меньшей вероятностью заболевают раком, можно объяснить тем, что онкологические больные говорят, будто они не затягивались, так как это обстоятельство оправдывает в их глазах собственную дурную привычку. Фишер спутал причинную связь с корреляцией. Его аргументы опровергались один за другим, но предупреждения о вреде курения появились на сигаретных пачках лишь в 1964-м, уже после смерти Фишера (последовавшей в 1962 году от осложнений, вызванных раком толстой кишки). И весьма вероятно, что из-за упорного спора “гениального” статистика с фактами были потеряны многие жизни.

— Я рассказала вам эти две истории в самом начале нашего пути в качестве предостережения, а также для того, чтобы подготовить почву для дальнейшего. Мы должны превзойти Фишера. И как ученые, и как люди, — говорит Родригес.

И объясняет, что убежденный ниспровергатель устоев, каковым, безусловно, являлся Фишер, может применять свои

<sup>1</sup> *US Surgeon General* — должность соответствует главному санитарному врачу.

статистические навыки в том числе и для борьбы с истиной. Такие ниспровергатели могут выдвигать одну правдоподобную гипотезу за другой, декларируя свою беспристрастность и предлагая “только лишь” провести всестороннее рассмотрение. Статьи Фишера о курении, как и его статьи о “слабумии”, — яркие образцы высокомерных отповедей. Для придания убедительности своим утверждениям Фишер ссылаясь на свои звания и научный авторитет. Он всячески дискредитировал оппонентов, заявляя, что они не воспринимают его аргументацию из-за недостаточного владения статистикой. Но в итоге оказалось, что он защищал ложную позицию.

В хорошем научно-исследовательском коллективе или сообществе, говорит Родригес, должен быть баланс между такими бунтарями, как Фишер, и менее самобытным большинством, стремящимся к консенсусу. Достижение подобного баланса — постоянная забота всех ученых. Мы хотим, чтобы наши гипотезы критически оценивались, но не хотим, чтобы нас парализовала неопределенность. Мы стремимся как можно ближе подобраться к истине, не забывая при этом, что время и ресурсы, предоставленные нам для сбора данных и проведения экспериментов, всегда ограничены.

Родригес снова напоминает нам о работе Фишера в Кембридже перед Первой мировой войной. Этот молодой человек — несмотря на все трудности — нашел наилучший способ измерения. И при этом смог показать, как статистика вносит вклад в научный прогресс. Это был грандиозный рывок в мышлении, который часто воспринимается как нечто само собой разумеющееся, и Фишер, вероятно, способствовал ему более, чем кто-либо другой в истории человечества. Это было выдающееся достижение, поэтому Фишера можно считать одним из величайших ученых XX века.

Однако Фишер не смог понять — даже с возрастом, — что его решения о том, какие данные собирать, и о том, что подлежит измерению, могли стать новым искажающим фактором. Если сосредоточиться на вопросе, затягиваются ли куриль-



щики, но игнорировать самое главное (то, что они умирают), или ставить ненаучный диагноз “слабоумие” людям, у которых не было доступа к образованию, то неважно, с какой точностью мы проводим измерения.

Если исследования подтверждали его точку зрения, Фишер считал себя вправе не задумываться о наличии причинности и не учитывать малый размер эффекта. Он использовал свои статистические навыки, чтобы заставить нас упрощать сложный мир. Он выдавал собственные предубеждения — что курение не вредно и что глупые люди не должны размножаться — за объективные знания.

— Таким образом, — заключает Родригес, — урок можно извлечь не только из достижений, но и из ошибок Фишера.

## Лес и дерево

Статистическое мышление замечательно тем, что позволяет измерить зависимость между различными переменными. Можно с уверенностью сказать, что здоровый образ жизни в среднем приносит двенадцать дополнительных лет жизни. Нам определенно следует потреблять меньше алкоголя, есть овощи и больше двигаться. Статистика позволяет проследить и корреляцию между уровнем удовлетворенности, безопасностью, благосостоянием и продолжительностью жизни в разных странах. Это лишь два из бесчисленных примеров применения медицинских и социологических исследований в сфере здравоохранения и государственной политики.

Но мы заметили, что одного статистического мышления недостаточно. Оно не позволяет отличить корреляцию от причинно-следственной связи. Страны с более высоким уровнем удовлетворенности населения — более богаты, но из этого не следует, что деньги приносят удовлетворение. Для того чтобы разграничить причинно-следственную связь и корреляцию, нужно скрупулезно провести хорошо продуманные эксперименты.

Статистика может стать и основой для манипуляций. Беспринципный человек может скрывать правду, измеряя не то, что нужно, и замечая следы полученными цифрами. Из трех

обозначенных Бенджамином Дизраэли<sup>1</sup> видов лжи — “ложь, наглая ложь и статистика” — последняя часто наихудшая. И Фишер доказал как это, так и то, что существуют правильный и неправильный пути понимания данных и проведения экспериментов. Он использовал статистику для обоснования ложных утверждений о курении и раке. И с помощью чисел оправдывал неприемлемые постулаты евгеники.

Ошибки Фишера не означают, что статистика всегда лжет, — на практике добросовестные исследователи с ее помощью обычно открывают истину. Но эти ошибки показывают, что при неправильном подходе статистика может сбивать с толку и приводить к неверным выводам.

Значимость статистических данных не следует переоценивать. Даже тщательно спланированные эксперименты часто объясняют лишь небольшую долю различий между людьми. Так, хотя в целом и верно, что те, кто тратит больше денег на экономию времени или на помощь другим, более довольны жизнью (еще один вывод, к которому пришли Данн и ее коллеги), это вовсе не значит, что для вас лично это тоже так. Из рассмотренного нами исследования уровня удовлетворенности следует, что большинство людей *не станут* счастливее, если последует совету тратить деньги на экономию времени. Это не значит, что такую возможность не нужно даже рассматривать, но это значит, что не стоит слишком рассчитывать на нее и уж тем более расстраиваться, если она или какая-то другая концепция, о которой вы прочли в газете, вам не подойдет.

Эту ошибку — когда результаты исследований, верные для группы в целом, начинают применять к отдельным людям, — статистики часто называют экологической. Для меня

<sup>1</sup> Это высказывание часто приписывают Марку Твену, однако сам он не претендовал на авторство, а ссылаясь на британского премьер-министра Бенджамина Дизраэли. Но эти слова не встречаются ни в одной из работ, писем или выступлений политика. Так что, вероятно, Марк Твен тоже неверно атрибутировал эту цитату.

она аналогична замене леса (группы в целом) деревом (отдельным человеком).

Прежде чем перейти к рассмотрению других видов мышления, давайте повнимательнее приглядимся к этому ограничению. Книги, газеты, социальные сети, видео на *YouTube* и выступления на конференциях TED делают доступным для нас целый калейдоскоп научных исследований о нашей психологии, наших мотивах и нашей личности. Каждое из них содержит рекомендации о том, как нам стать счастливее и успешнее, как получать больше удовольствия от жизни. Но как же узнать, которое из этих исследований относится лично к *вам*?

Рассмотрим, например, вопрос уверенности в себе. Видеоролик Анжелы Ли Дакворт под названием “Ключ к успеху? Твердость характера” входит в двадцать пять самых популярных TED-выступлений. В его основе лежат исследования, проведенные Дакворт с коллегами среди учащихся колледжа, кадетов военной академии Вест-Пойнт и юных участников американского конкурса по орфографии. Каждого из респондентов она просила оценить по шкале от нуля до пяти справедливость лично для него утверждения типа: “Каждые несколько месяцев я ставлю перед собой новую цель” или “Неудачи не обескураживают меня” (всего таких утверждений было двенадцать). С помощью этих баллов оценивалась твердость характера испытуемого. Дакворт обнаружила, что более упорные ученики получают более высокие оценки, более упорные кадеты с большей вероятностью не будут отчислены после первых же летних тренировок, а более упорные конкурсанты с большей вероятностью дойдут до финала.

Дакворт провела тщательное исследование зависимости между упорством и успехами с помощью тех статистических методов, с которыми мы познакомились ранее на примере изучения уровня удовлетворенности. Но 23 млн зрителей, посмотревших ее выступление и спрашивающих себя, достаточно ли у них упорства для достижения успеха, могут не задумываться над тем, какая доля успеха связана с упор-

ством, а какая — с другими факторами. На самом деле первая доля крайне мала. Упорством объясняются лишь 4 % различий между людьми, а остальные 96 % остаются за кадром. В лесу есть некоторое количество упорных деревьев, которые добиваются успеха, но это не значит, что лично вы, проявив упорство, будете успешны.

За последние пять-десять лет психологи провели обширные мета-исследования для определения того, как разные особенности нашей личности и нашей психологии, а также наш опыт влияют на различные стороны нашей жизни. В мета-исследованиях суммируются результаты многих независимых экспериментов для определения величины эффекта — и этот эффект часто оказывается незначительным. При проведении мета-исследования упорства выяснилось, что оно объясняет ничтожную долю различий между учащимися. Аналогичный результат был получен и в отношении пропаганды так называемого мышления роста — необходимости внушать учащимся, что способности не заданы раз и навсегда и что упорным трудом можно себя изменить. Хотя этот принцип активно рекламируется, имеет благую цель и в некотором широком смысле бесспорно верен, важен вопрос о том, приводит ли пропаганда мышления роста к повышению экзаменационных оценок. Экспериментальные наблюдения показали, что этот подход помогает лишь определенному типу учащихся (тем, у кого в экзаменационной обстановке результаты снижаются), но даже и для них объясняет только очень малую долю различий.

Многие “вдохновляющие” идеи, которыми полнится наше коллективное сознание, в очень малой степени применимы лично к вам. Позитивные психологические интервенции — например, предложение записать три хороших события, произошедших в течение дня, — могут быть для кого-то полезными, но они объясняют лишь около 1 % различий между людьми. Еще один популярный метод измерения способностей к работе и учебе — эмоциональный интеллект. Опять же,

при одном и том же уровне общего интеллекта и добросовестности (личная характеристика, близкая к упорству) эмоциональный интеллект объясняет лишь 3–4 % различий в академической успеваемости.

Когда вы слушаете вдохновенный доклад — например, TED-выступление, — в основе которого лежит остроумный научный подход, или читаете о новейшем исследовании на тему, как стать лучше и счастливее, помните об экологической ошибке: как бы интересен ни был полученный учеными результат, он может не иметь отношения лично к вам. Вы — дерево, а они изучали лес.

Числа очень важны для понимания человечества, но их все-таки недостаточно. Если мы хотим получить знания лично о себе и об отдельных окружающих нас людях, нам нужно кое-что еще...

## Многое другое

**Ж**изнь в Санта-Фе кипела с утра до вечера. Мы допоздна обсуждали в спорт-баре или в комнате отдыха общежития то, что узнали на занятиях, а с раннего утра снова шли на лекции. Макс устраивался в первых рядах и во время лекции Родригес непрерывно строчил в блокноте. Алекс располагался в последнем ряду, положив ноги на стоящие перед ним стулья, но слушал очень внимательно. Эстер, Замия и Мадлен выбирали какой-нибудь из средних рядов. В одном ряду с Мадлен, но через два стула от нее сидел Антонио, а рядом с ним — я. Руперт держался сам по себе, но усаживался неподалеку, чтобы слышать и то, о чем говорим мы, и то, что рассказывает Родригес.

На последней лекции первой из четырех недель летней школы профессор Родригес подвела итоги тому, что мы узнали о статистике. Хорошего и плохого. Она напомнила, что установление взаимосвязи между раком и курением можно рассматривать как пример успешного применения статистики. Несмотря на имевший целью скрыть эту зависимость заговор, в котором участвовали производители табака, врачи, ученые и политики, истина в конце концов была установлена. Курение вызывает рак.

Однако ошибки Фишера, по ее словам, наглядно демонстрируют некое высокомерие, присущее научному прогрессу XX века. Ученым поначалу казалось, будто эксперименты и на-

блюдения позволяют ответить на любой вопрос, но при этом они часто не задумывались о том, как согласовать между собой все эти сведения. Что касается Фишера, то он свел любые социальные проблемы к упрощенному генетическому решению, к опасному понятию “слабоумия”. А продолжавшееся десятилетиями изучение связи между курением и раком в его исследованиях было сведено к вопросу, затягиваются ли курильщики.

— Наша задача, — объявила Родригес, — мыслить шире. Находить более глубокие связи. А этого нельзя достичь одной статистикой.

Чтобы находить связи, объясняла она, нужно сменить перспективу: посмотреть на мир не сверху, как будто мы всезнающие и всемогущие, а снизу. Осознать, что существует более одного подхода к миру.

— Помимо вот этого, — говорила она, указывая пальцем на фотографию Фишера на экране проектора и словно бы выговаривая нерадивому ученику, — есть еще многое другое, о чем вы узнаете в ближайшие недели.

В тот вечер разгорелась бурная дискуссия. У каждого сложилось собственное мнение о лекциях профессора Родригес. Макс был от них в восторге. Ему казалось, что она была права, когда сделала акцент на силе и слабости науки на пороге нового тысячелетия. “Следующие двадцать пять лет будут восхитительными. Вместо того чтобы разбивать все на отдельные фрагменты и применять к ним статистику, мы начнем по-настоящему учитывать сложность”, — сказал он.

Антонио тоже был доволен. Он отметил, что, хотя Родригес пока ничего не говорила о новейших теориях, все, что касалось прошлого, было очень точно. Мадлен придерживалась более прагматичного подхода. В основе всех ее биологических исследований лежала статистика, и она считала неразумным отказываться от уже известного, не познакомившись предварительно с альтернативой. Эстер согласно кивнула: “Руперт



на днях разложил все по полочкам. Чтобы выполнять математическое моделирование, нужно просто сохранять хладнокровие и разумно подходить к анализу”.

Похвала Эстер воодушевила Руперта. “По-моему, проблема Родригес в том, что она преуспела в критическом анализе, но ей нечего предложить взамен”. Руперт процитировал лауреата Нобелевской премии экономиста Кеннета Эрроу, говорившего, что математическая модель хороша только тогда, когда ее результаты можно объяснить на словах. По мнению Руперта, Родригес должна растолковать, как будет работать альтернативный подход. До сих пор это были лишь пустые слова и клеветнические измышления о его кумире. Он считал, что критиковать Фишера как человека неуместно.

— Фишер уже принадлежит истории! — воскликнула Замия. — Родригес критикует современные ему представления о науке и научном мышлении. Мы должны превзойти их.

— Давайте дождемся следующей недели, — сказал Макс, желая сменить тему. — Тогда-то мы все и узнаем.

Он напомнил нам, что профессор Паркер — сотрудник принстонского Института перспективных исследований, где после переезда в США работал Эйнштейн. Паркер собирался объяснить нам новый подход, при котором анализ систем проводится на основании их взаимодействия.

Я видел, что Руперта раздражает энтузиазм Макса. Но в то же время он понимал, что сотрудника Института перспективных исследований следует принимать всерьез.

— Поживем — увидим, — согласился Руперт.

— Макс прав, — сказал Антонио. — От Паркера можно многого ожидать. Он исследует динамические системы и хаос — крайне интересные вещи. В его институте получены удивительные результаты, которые помогут в изучении демографических изменений, погодных явлений, экономических кризисов. Всего на свете!

— Ты, Антонио, уже, похоже, столько знаешь — не пора ли тебе самому читать лекции? — пошутила Мадлен.

# **КЛАСС II: интерактивное мышление**



## Жизненный цикл

**В**ернемся снова в начало XX века, чтобы найти там нового героя. Причем желательно такого, который не подвел бы нас, как Фишер.

Идет 1902 год. Альфред Джеймс Лотка — студент-химик последнего курса в Бирмингемском университете (Великобритания). Учится он прекрасно, но учеба его не увлекает. Сейчас, например, он тщательно смешивает кислоту и щелочь для своего очередного эксперимента. Происходит реакция с образованием воды и соли. Альфред терпеливо вращает пробирку с горсткой соли на дне, ожидая дальнейших событий. Однако ничего — абсолютно ничего — не происходит. Эксперимент завершен. Достигнуто равновесие. Результаты записаны, продукты реакции взвешены, начинается новый эксперимент.

Вечерами Альфред, в точности как Рональд Фишер, читает Чарльза Дарвина. В его трудах он находит сложность и закономерности, жизненные циклы и объяснение существования как непрерывной борьбы. Альфред пытается понять, какую роль во всем этом играет химия. Что за реакция превращает траву в коров? Что движет ногами лисицы, когда она гонится за кроликом? Что порождает мысленные циклы в мозгу? Если жизнь — с ее хаотическим калейдоскопом событий — действительно основана на химических реакциях, как его учат, то почему сама химия так утомительно стабильна?

Он читает Герберта Спенсера, социолога и философа девятнадцатого века, автора формулировки “выживание наиболее приспособленных”<sup>1</sup>, описывающей теорию Дарвина. По Спенсеру, конфликты в природе ведут к тому, что “всякий вид, растительный и животный, постоянно подвержен ритмическому изменению численности”<sup>2</sup>. И Спенсер не ограничивается биологией. Он пишет о беспрестанном движении наших эмоций, мыслей, всего нашего общества. Альфреду хочется работать именно с такой пульсацией жизни, а не с конечными продуктами химических опытов, не с безмолвной солью на дне пробирки.

Спокойствие профессоров и соучеников нервирует Лотку: он боится выдать собственную встревоженность словами Спенсера. Работы Спенсера породили у него вопросы, на которые он не может ответить и которые никак не может забыть. Иммигрант польского происхождения, Лотка изо всех сил старался вписаться в английское окружение. Он научился подавлять свои эмоции, научился поддерживать светские разговоры об эффективности недавно полученной партии горелок Бунзена и о планах создания новой комнаты для чаепитий.

В конце концов Альфред набирается смелости и спрашивает своего любимого учителя, почему в химии нет жизни. Учитель и сам не знает ответа, да и вопрос юного Лотки понимает не до конца, но настроен он сочувственно и потому называет имя человека, который мог бы тут помочь: профессор Вильгельм Оствальд из Лейпцига. Оствальд отказался от базового понятия о том, что основными строительными блоками химических реакций являются молекулы, и — для объяснения обширного спектра закономерностей, из которых складывается биологическая жизнь, — обратился к термодинамике. Как и Герберт Спенсер, Оствальд ищет основные принципы,

1 Герберт Спенсер изобрел английский термин *survival of the fittest*, который на русский часто неточно переводят как “выживание сильнейших”.

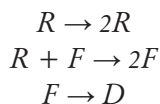
2 Перевод Л. Алексеева. Издание 1886 г.

которые объясняли бы и физические явления, и биологическую жизнь, и динамику нашего социального поведения.

Работая над дипломом, Альфред Лотка на год переезжает в Лейпциг, чтобы посещать лекции Оствальда. Хотя цель у Спенсера и Оствальда одна, их подходы весьма различны: Спенсер в своих работах описывает сложность цветистыми словами, а Оствальд делает упор на математику и вычисления. Альфред берется за изучение математического анализа и дифференциальных уравнений — математического инструментария, который, по мнению Оствальда, поможет найти ответ.

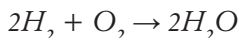
Постепенно Альфред начинает понимать, как именно решается интересующая его проблема. Что если вместо лабораторных экспериментов он мог бы проводить мысленные? Именно так делал Эйнштейн (о чем Лотка не знал), работая в почтовом отделении<sup>1</sup> Берна (в Швейцарии). А позже то же самое стал делать Фишер в Кембридже. Математика — инструмент, который позволит ему проводить мысленные эксперименты, строгие и точные.

Через год Лотка в поисках работы переезжает из Лейпцига в США. Сначала он трудится в *General Chemical Company*, а затем становится научным редактором. По вечерам он продолжает свои исследования... и однажды, когда он сидит за письменным столом, его осеняет идея: заняться химией, которая не является химией. Он записывает следующие химические реакции:



На первый взгляд это обычные реакции — как раз такие изучают в школе. Например, химическое взаимодействие водорода с кислородом, в ходе которого образуется вода, выглядит так:

<sup>1</sup> Тут автором допущена неточность. Эйнштейн работал в патентном бюро Берна.



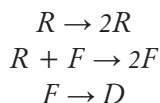
Здесь сообщается, что две молекулы водорода реагируют с одной молекулой кислорода, образуя две молекулы воды. Химические реакции Альфреда Лотки можно описывать в тех же терминах. Первая формула отражает процесс самопроизвольного образования двух “молекул”  $R$  из одной “молекулы”  $R$ . Вторая — взаимодействие “молекулы”  $R$  с “молекулой”  $F$ , приводящее к созданию двух “молекул”  $F$ . А последняя реакция — это превращение “молекулы”  $F$  в “молекулу”  $D$ .

Ничего особенного. Но, как известно любому хорошему учителю химии, химические реакции должны быть “сбалансированы”: число атомов с обеих сторон равенства должно быть одинаковым. В реакции создания воды все сбалансировано: четыре атома водорода и два атома кислорода слева от стрелки и четыре атома водорода и два атома кислорода справа от нее. А вот в реакциях Лотки баланс игнорируется. В первом уравнении справа — две “молекулы”  $R$ , а слева — одна. Во втором — слева  $R$  и  $F$ , а справа — две  $F$ . Модель Лотки явно противоречит основному закону.

И тут приходит озарение! Лотка понимает, что, игнорируя химический баланс, игнорируя стабильность, он сможет построить нужную модель, смоделировать цикличную динамику самой жизни.

# Кролики и лисы

Держа в руках кусок мела, профессор Паркер указал на большую трехсекционную доску за своей спиной. В верхнем левом углу он написал те самые три химических уравнения, которые впервые предложил Альфред Лотка в 1910-м:



Паркер пояснил, что молекулы  $R$  мы будем рассматривать как кроликов, а молекулы  $F$  — как лис. Первая реакция в химической системе Лотки,  $R \rightarrow 2R$ , означает, что “кролики размножаются... как кролики”, улыбнулся Паркер собственной шутке. Если кроликов лишить общества лис, то один кролик быстро превратится в двух. Вторая реакция,  $R + F \rightarrow 2F$ , показывает, что когда лисы поедают кроликов, лис становится больше: наевшись кроликов, лисица примется делать лисят. Ну, а последняя реакция,  $F \rightarrow D$ , говорит о том, что лисы в конце концов тоже умирают.

Паркер сказал, что лучше всего воспринимать это как абстрактную модель самок кроликов и лис, полагая, что самцы тех и других постоянно шныряют вокруг, готовые выполнить свой мужской долг, так что самки могут размножаться, когда пожелают. Взяв за основу несколько (не до конца реалистич-



ных) предположений, Лотка создал довольно правдоподобную модель влияния хищников, таких как лисы, на популяцию травоядных, таких как кролики.

Паркер показал, как переписать эти химические уравнения в виде так называемых дифференциальных уравнений, которые описывают изменения с течением времени. Для преобразования химии в математику он предложил нам представить себе поле травы, по которому более-менее случайным образом бегают кролики и лисы, наталкиваясь друг на друга, как молекулы в пробирке во время химического опыта. Потом спросил, что будет происходить с популяцией лис, если кроликов поедают с той же скоростью, с какой те рождаются.

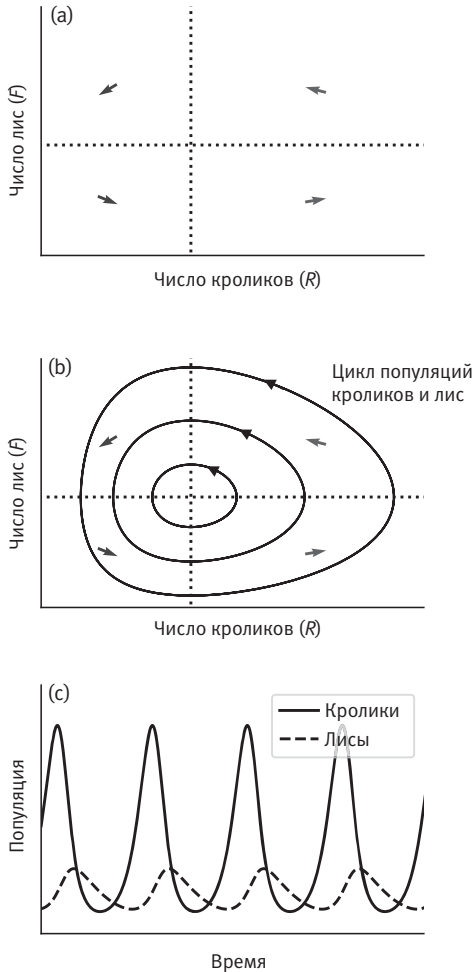
— Это просто, — выпалил сидевший рядом со мной Руперт. — Это спрос и предложение. Если скорость рождения кроликов равна скорости, с которой их поедают лисы, количество тех и других не меняется. Они находятся в равновесии.

— Верно, — согласился Паркер. — Это равновесие, при котором число кроликов не меняется.

Паркер уже нарисовал на доске оси координат: ось  $x$  — для кроликов и ось  $y$  — для лис. Затем провел пунктирную прямую слева направо (горизонтальный пунктир на рис. 4а).

— Каждая точка на этой пунктирной прямой соответствует равновесию, — пояснил он. — Количество лис, поедающих кроликов, соответствует скорости рождения кроликов, поэтому число кроликов не уменьшается и не увеличивается.

Потом Паркер нарисовал другую линию — вертикальную, — которая соответствовала, по его словам, равновесию лис. Она показывает, сколько нужно кроликов для стабилизации популяции лис, если для восполнения естественной убыли лис требуется определенное количество дичи (вертикальный пунктир на рис. 4а). Он объяснил, что эти линии разбивают доску на четыре зоны, квадранта, и в каждом из этих квадрантов свои характеристики роста популяций лис и кроликов. Он начал с правой нижней зоны, где кроликов полным-полно, а лис маловато.



**Рис. 4.** Иллюстрация Паркера к модели Лотки хищник-жертва. (а) Горизонтальный пунктир показывает равновесие, при котором лисы поедают кроликов с той же скоростью, с какой кролики размножаются. Вертикальный пунктир показывает равновесие, при котором лисы размножаются с той же скоростью, с какой умирают. Стрелки внутри каждого квадранта указывают, увеличивается или уменьшается число кроликов и лис в этой зоне. (б) Здесь показан цикл популяций кроликов и лис. (с) Тот же цикл для кроликов и лис, но теперь показана его зависимость от времени.

— Здесь, — указал он на доску, — лис недостаточно, чтобы помешать числу кроликов расти, а у лис много еды, поэтому обе популяции растут.

Паркер подчеркнул важность того, что в любой точке этого правого нижнего квадранта, где он тут же нарисовал стрелку, направленную вправо вверх, увеличивается как число кроликов, так и число лис. Затем он сместился вверх до горизонтальной линии, соответствующей равновесию для кроликов, и сказал: “Как только эта линия пересечена (число лис достигло определенного уровня), число кроликов начинает уменьшаться”. После этого он нарисовал в середине правой верхней зоны стрелку, направленную вверх (чтобы обозначить увеличение числа лис) и влево (чтобы обозначить уменьшение числа кроликов). И подобную операцию профессор проделал в каждом квадранте, отмечая направление каждой стрелки (стрелки на рис. 4а).

— А теперь вот что у нас получилось, — подвел итог Паркер. — Если идти по кругу по этим стрелкам, то смотрите...

Паркер провел мелом траекторию движения по направлению стрелок (сплошные линии на рис. 4б). Начиная с правого нижнего угла, где кроликов было больше, чем лис, кривая шла в правый верхний угол, где было много кроликов и лис. Затем, по мере того как лисы поедали кроликов, последних становилось все меньше, а по достижении левого верхнего квадранта число лис тоже начинало уменьшаться. И наконец, при входе в левый нижний квадрант, число кроликов — по мере уменьшения числа лис — снова начинало расти. При входе же в правый нижний квадрант цикл начинался сначала.

— Вот почему стабильность никогда не будет достигнута, — сказал Паркер. — Взаимодействие между видами ведет к бесконечному циклу.

Профессор пояснил, что хотя он проводил вычисления вручную, то же самое получается при компьютерном моделировании. Паркер вывел на экран слайд, показывавший, как круговые циклы на доске (рис. 4б) преобразуются в изменения популяций лис и кроликов с течением времени (рис. 4с).

Мы с Рупертом копировали уравнения, написанные профессором рядом с графиками. Сначала Руперт бормотал себе под нос возражения. Он пытался найти прокол в рассуждениях Паркера, считая, что в конце концов число кроликов удовлетворяет спрос лис и обе популяции стабилизируются. (Так его в Оксфорде учили рассуждать об экономических моделях.) Он полагал, что такое же равновесие возникнет и в данном случае.

Но каждый раз, когда ему казалось, что он нашел ошибку, Паркер — еще до того, как Руперт задавал вопрос, — объяснял, почему потенциальное возражение Руперта несправедливо. Паркер признал, что в исходной математической модели, предложенной Лоткой, были недостатки, но за прошедшие с тех пор десятилетия эти недостатки устранили другие исследователи. В системах взаимодействия циклы встречаются так же часто, как стабильность. И эти циклы можно обнаружить повсюду...

— Удивительно то, — сказал Паркер, глядя на нас с Рупертом, — что все циклы... электрические импульсы, проходящие у нас в мозгу, биение наших сердец, вспышки светлячков, распространение эпидемии, возникновение и исчезновение моды, подъемы и спады экономики... все эти закономерности возникают в результате взаимодействия отдельных компонентов: мозг состоит из миллиардов отдельных нейронов; стая включает в себя множество птиц; экономика порождается тем, что люди покупают и продают товары.

Паркер объяснил, что главным в методе Лотки было описание того, как отдельная составляющая системы влияет на прочие ее составляющие. В примере, показанном Паркером на доске, составляющими были лисы и кролики. Когда нейробиологи создают модель мозга, ее составляющими служат сами нейроны и те химические и электрические сигналы, которыми они обмениваются. При моделировании роя (либо колонии) насекомых или стаи птиц роль составляющих играют отдельные особи. А при моделировании человеческого общества или экономической системы составляющими являемся мы сами — люди.

Паркер заявил, что отец современной экономики, Адам Смит, был неправ: стабильное мышление привело его к выводу, что рынок достигнет равновесия и сохранит его. Но подход Смита, по словам Паркера, упрощал ситуацию. Из-за наших взаимодействий мы ведем себя так же, как стадо животных, из чего видно, что человеческое общество крайне далеко от стабильности. Мы подвержены тем же подъемам и спадам, что и популяции кроликов и лис. Мы находимся в постоянном движении.

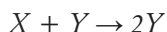
Когда до конца лекции осталось всего две минуты, Паркер умолк, давая нам возможность усвоить им сказанное, а потом опустил взгляд и медленно, едва ли не шепотом, произнес: — Вы видите, что это почти волшебство. (Тут он махнул рукой в сторону доски, заполненной чертежами и уравнениями.) Так можно разглядеть невидимое для других. Если вы все это знаете, если понимаете, как увидеть взаимодействия или, пожалуй, даже динамику причинно-следственных связей, то знаете, как увидеть истину. Мир не стабилен. Редукционизм, который господствовал до Лотки и который до сих пор во многом определяет наше научное мировоззрение, просто ослепляет нас. То, что написано на доске, — способ смотреть на мир. Так можно узнать, как взаимодействия порождают закономерности, которые не являются суммой своих частей.

Руперт пристально смотрел на него. Было очевидно, что ему хочется что-то возразить, объяснить Паркеру, что со своими разговорами о волшебстве тот заходит слишком далеко. Но он видел и покрывавшие доску формулы — печать надежности и строгости. Это были тщательно продуманные результаты.

Мне все казалось ясным. Руперт потерпел поражение. В Оксфорде его учили той форме математики и статистики, которая относится только к стабильному равновесию. Паркер же предлагал нечто иное. Нечто, что больше соответствовало моему жизненному опыту. Нечто, в чем мне хотелось разобраться лучше.

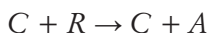
## Социальная химия

**А** теперь давайте взглянем через призму химических реакций на окружающий нас мир. Предположим, что люди делятся на две категории:  $y$ -люди, которые улыбаются, и  $x$ -люди, которые не улыбаются. Когда мрачный  $X$  встречает улыбчивого  $Y$ , он тоже начинает улыбаться. Это можно записать так, как это делал Лотка:



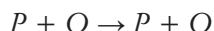
Когда улыбающийся встречается “неулыбаку”, получаются два улыбающихся. Это не настоящая химическая реакция. Возможно, что, когда мы улыбаемся, в нашем мозгу и происходят реальные химические реакции, но сейчас мы говорим не об этом. Мы описываем личную “химию”, которая возникает между двумя людьми, когда один из них улыбается. Описываем социальную реакцию.

А вот и еще одна. Пусть у нас есть полицейские ( $C$ ) и грабители ( $R$ ). Встретив грабителя, полицейский его арестует. Запишем это так:

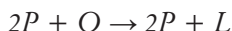


Полицейский останется полицейским, а вот грабитель превратится в арестанта ( $A$ ). В этом примере состояние граби-

теля изменилось, а состояние полицейского — нет. Другой пример. Вообразите человека, который пытается извне дома втащить диван в вашу гостиную. Пока диван снаружи — обозначим его буквой  $O$ , а когда он внутри — буквой  $L$ . Человека, который тащит диван, обозначим буквой  $P$ . Следующая реакция

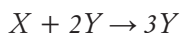


означает, что одному человеку не удалось внести диван в гостиную, — диван остался снаружи. А вот если он найдет помощника, то получится так:



Два человека вместе ( $2P$ ) могут внести диван в дом.

То же правило можно наложить и на улыбающихся. Представьте, что в группе людей только один улыбается или радуется. Этого недостаточно, чтобы остальные последовали его примеру. В конце концов, одинокий весельчак может быть просто сумасшедшим, который радуется какой-то чепухе. Но если смеются двое, то шанс, что вы к ним присоединитесь, выше. Два человека с меньшей вероятностью окажутся сумасшедшими. Получаем новую реакцию:



Для того чтобы развеселить неулыбаку, нужны двое улыбающихся. Назовем это правилом “нужны двое” и позже подробнее рассмотрим, какую динамику оно порождает.

Подумайте о каких-то примерах из собственной жизни. Это может быть все, что угодно. Распространение сплетни: некто рассказал сплетню знакомому, и вот ее знают уже двое. Совместное с коллегой выполнение работы. Вместе дело идет быстрее. Или совсем простое событие: вы превращаете гору

грязных тарелок в стопку блестящих. Либо оказывается задействовано ваше внутреннее состояние: все то же мытье посуды выводит вас из состояния апатии, давая ощущение маленького достижения. Интерактивный взгляд на мир записывается на языке химических реакций: это может быть социальное взаимодействие с окружающими, а может быть внутренняя реакция, когда мы размышляем о своем умонастроении или мировоззрении.

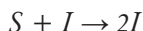
Не важно, всегда ли происходят описываемые нами реакции. Иногда человек справляется с переносом дивана в одинокую; полицейскому не всегда удастся арестовать грабителя; двое ваших друзей могут смеяться над совершенно не смешной шуткой. Суть упражнения не в этом. В основе нового типа мышления — интерактивного подхода — лежит умение смотреть на жизнь с точки зрения того, как мы меняем мир и как мир меняет нас. Нужно представлять себя составляющей частью социальной реакции: мы действуем определенным образом, и это влияет на действия окружающих. Аналогично действия окружающих меняют наш образ действий и наше мышление.

Интерактивное мышление отличается от статистического, при котором люди рассматриваются как лес. Оно более индивидуализировано, более ориентировано на конкретного человека. Теснее связано с нашей повседневной жизнью. В меньшей степени опирается на факты и в большей — на размышления о последствиях наших действий. Мы увидим, что оно объясняет, как люди следуют примеру своих знакомых, как в группах достигается согласие и как наше настроение то улучшается, то ухудшается. Но оно не менее научно, чем то стабильное статистическое мышление, о котором мы говорили раньше, и зачастую дает более полноценные ответы на важнейшие социальные вопросы.



# Социальная эпидемия

Одно из важнейших применений предложенного Лоткой метода химических реакций — моделирование распространения вируса во время эпидемии. Если не инфицированный вирусом, но восприимчивый к нему (и не имеющий против него иммунитета) человек контактирует с инфицированным, он тоже может стать инфицированным. На языке химических реакций Лотки это можно записать так:



Восприимчивый ( $S$ ) плюс инфицированный ( $I$ ) становятся двумя инфицированными.

В начале эпидемии восприимчивы почти все, поскольку переболевших еще очень мало. Если инфицированный человек вступает в контакт с новым человеком каждый второй день, то к концу второго дня он заразит одного человека и инфицированных будет уже двое. Через четыре дня каждый из них вступит в контакт с одним человеком, и инфицированных будет  $2 \times 2 = 4$ . Через шесть дней их будет  $2 \times 2 \times 2 = 8$ , а на восьмой день  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ . Число инфицированных каждый второй день удваивается, и на 20-й день их будет уже  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$ .

Такие произведения математики сокращенно записывают, например, так:  $2^3 = 2 \times 2 \times 2$  и называют 2 в степени 3. Коли-

чество умножений, в данном случае 3, называется показателем степени. В рассмотренном нами примере показатель степени равен количеству дней, прошедших после первого инфицирования, деленному на два. Поэтому число больных на шестой день равно  $2^{6/2} = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ , а на двадцатый день —  $2^{20/2} = 2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024$ . Такой вид роста, когда показатель степени пропорционален количеству дней, прошедших после первого инфицирования, называется экспоненциальным ростом.

Экспоненциальный рост происходит очень быстро. На сороковой день число инфицированных составит  $2^{20} = 1\,048\,576$  (2, умноженное на себя 20 раз). На шестидесятый день —  $2^{30} = 1\,073\,741\,824$ , то есть немногим более миллиарда. Для реального вируса, такого как COVID-19, между инфицированием человека и моментом, с которого он может инфицировать других, есть некоторый зазор, поэтому число инфицированных не удваивается каждые два дня, но все равно растет экспоненциально: количество инфицированных людей с течением времени увеличивается в определенное число раз. И это постоянное умножение ведет к тому, что больных очень быстро становится очень много. Не успеешь оглянуться, а вирус уже повсюду.

Исходно экспоненциальный рост ведет к большому числу заболеваний, но через некоторое время заболевшие начинают выздоравливать согласно реакции

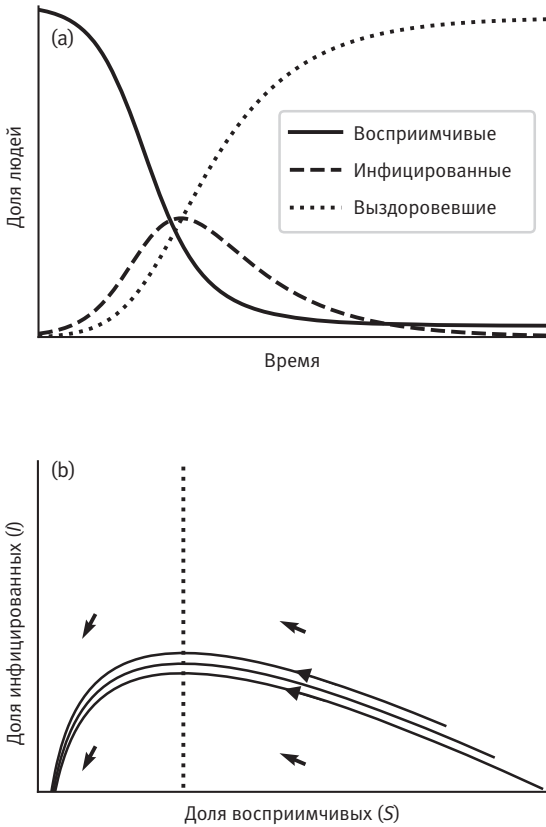
$$I \rightarrow R$$

Инфицированные ( $I$ ) переходят в стадию выздоровления ( $R$ ). В результате, когда инфицированный встречает другого человека, вероятность того, что тот восприимчив к инфекции, снижается, поскольку многие из встреченных оказываются выздоровевшими. Поэтому рост числа инфицированных, достигнув пика, начинает снижаться. Это показано на рисунке 5а для математической модели, известной под названием SIR

(где  $S$  — восприимчивые,  $I$  — инфицированные, а  $R$  — выздоровевшие). В основе этой модели лежат две описанные выше химические реакции. Начальный рост происходит очень быстро, как когда мы умножали на 2, но по мере роста числа выздоровевших все меньше людей может заразиться и эпидемия идет на спад.

С ростом числа инфицированных скорость распространения заболевания снижается, потому что многие инфицированные будут контактировать с выздоровевшими, то есть с теми, у кого уже есть иммунитет. Предположим, к примеру, что человек остается инфицированным в течение недели, а потом выздоравливает. Если он единственный инфицированный, то он в среднем инфицирует 3,5 человека (одного человека каждые два дня). Когда половина населения инфицирована или выздоровела, один инфицированный заразит только 1,75 человека, потому что только  $3,5 / 2 = 1,75$  тех, с кем он контактирует, будут восприимчивы к инфекции (вторая половина будет состоять из выздоровевших или уже инфицированных — контакт с ними не ведет к дальнейшему распространению болезни).

Когда лишь один из 3,5 жителя оказывается восприимчивым, каждый инфицированный в среднем дает  $3,5 / 3,5 = 1$  нового инфицированного. Вот тогда мы говорим, что достигнут *коллективный иммунитет*: каждый инфицированный дает не более одного нового инфицированного. На рисунке 5b приведена диаграмма, сходная с диаграммой хищник-жертва, которую нарисовал нам на доске Паркер. Только теперь речь идет о модели SIR. График такого типа называют фазовой плоскостью. Вместо зависимости доли восприимчивых и доли инфицированных от времени она отражает их взаимную зависимость. Стрелка показывает направление времени. Пунктирной линией отмечен уровень инфицированности, при котором достигается коллективный иммунитет: это равновесие, при котором число инфицированных перестает расти и начинает сокращаться.



**Рис. 5.** Модель SIR. (а) типичное развитие эпидемии; (б) та же эпидемия, но показана зависимость между числом восприимчивых (ось  $x$ ) и числом инфицированных (ось  $y$ ).

В отличие от стабильного мышления класса I, рассмотренного нами в прошлом разделе, мышление класса II, о котором мы говорим сейчас, опирается не столько на данные (в приведенном выше примере у нас есть только одно число: 3,5 — среднее число людей, с которым контактирует инфицированный), сколько на рассуждения. В данном случае они позволяют:

1. Заметить, что исходно число заболевших растет экспоненциально.
2. Оценить, сколько всего людей будет в итоге инфицировано.
3. Получить представление о том, какая степень вакцинации обеспечит коллективный иммунитет.

Все эти важные выводы удалось сделать на основании лишь нескольких четких предположений, сформулированных, как химические реакции для социальных взаимодействий.

Эпидемические модели — важная составляющая борьбы с эпидемиями, но они очень полезны и в обыденных ситуациях, с эпидемиями никак не связанных. Культура, идеи, шутки, поведение и мода — все это тоже очень заразно. Употребляя выражения вроде “вирусное видео” (видео, которое быстро распространяется среди пользователей *TikTok* или *Facebook*<sup>1</sup>), мы не задумываемся над тем, какие возможности таятся в этой аналогии. Запись наших социальных взаимодействий в виде химических реакций позволяет выдвигать и тестировать собственные идеи о социуме, не отказываясь от строгости рассуждений и математического подхода.

Сьюки хочется всегда быть в курсе новейших трендов, первой делиться с друзьями смешными мемами, первой узнавать о модных новинках. Но она часто сталкивается с тем, что, сколько бы времени она ни проводила онлайн, ей редко удастся опередить друзей. Те уже видели забавное видео про собачку, которое она им послала, а о новинке от *Off-White* узнали одновременно со Сьюки, хотя их это интересует намного меньше, чем ее. Почему же ей не удастся быть в авангарде?

Давайте представим, что количество видевших мем удваивается каждый час, пока подруга Сьюки, Софи, не увидит его

1 Деятельность Корпорации *Meta Inc* (*Facebook*, *Instagram*) решением российского суда признана экстремистской и запрещена на территории России. Функции приложения *TikTok* на территории РФ ограничены. — *Прим. ред.*

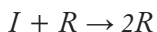
спустя десять часов после его появления. Софи не очень пристально следит за соцсетями, поэтому в идеале Сьюки хотела бы увидеть его намного раньше Софи. Например, на пять часов раньше.

Чтобы понять, почему Сьюки трудно обогнать Софи на пять часов, отмотаем время назад. Если к концу десятого часа мем увидели 100 тысяч человек (включая Софи), то половина этих людей, то есть 50 тысяч, видела его до конца девятого часа, 25 тысяч видели его до конца восьмого, 12 500 — до конца седьмого, 6 250 — до конца шестого, и только 3 125, или примерно 3 %, видели мем до конца пятого часа. Иными словами, время, которое понадобилось первым 3 %, чтобы увидеть мем, равно времени, за которое о нем узнали остальные 97 %. Если Сьюки хочет быть впереди, то ей нужно очень постараться, чтобы попасть в эти 3 %.

В целом, если мы разделим типичную эпидемическую кривую, например, ту, что показана на рисунке 5а, на начало, середину и конец, мы увидим, что наибольшее число заражений происходит в середине. Есть быстро растущее начало, середина, где инфицируется большинство, и конец, где инфицируются остальные заболевшие. Во время любой социальной эпидемии, когда вы, к примеру, делитесь новостью или мемом онлайн, вы с гораздо большей вероятностью окажетесь в средней части, чем в одной из крайних. Когда вы о чем-то узнаете, то скорее всего именно в этот момент об этом узнают и почти все остальные.

Если говорить о социальном поведении, то характер эпидемии здесь носит не только распространение новостей и привычек, но и процесс “выздоровления”. Если вы простудились, заболели гриппом или COVID-19, вам лучше всего остаться дома, отдохнуть и не разносить вирус. Общение с выздоровевшими не ускоряет выздоровление (хотя их сочувствие и может улучшить вам настроение). Выздоровливает каждый самостоятельно. Это отражено в реакции  $I \rightarrow R$ : никто не участвует в выздоровлении человека.

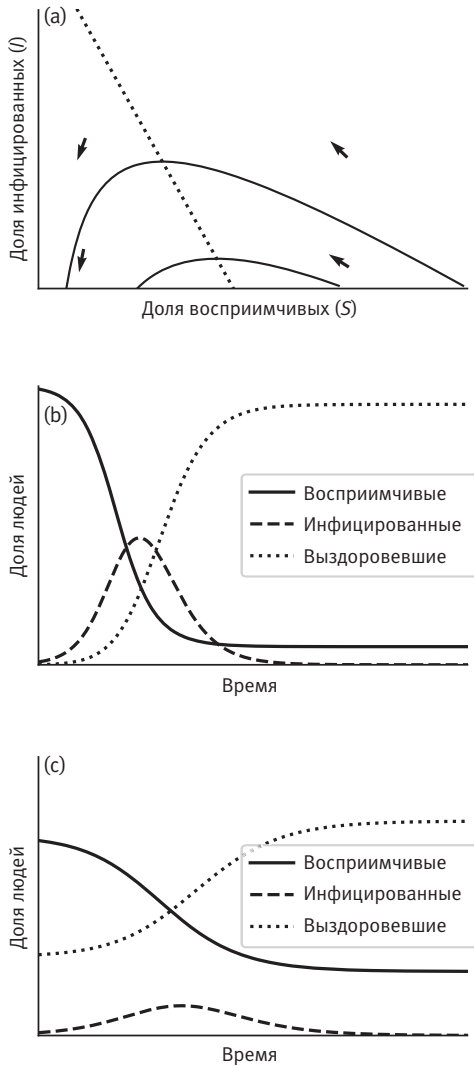
А с модой и новостями дело обстоит иначе. Например, если Ричард перестает говорить о сериале “Игра престолов”, потому что заметил, что Энтони потерял к нему интерес, это можно рассматривать в терминах социального выздоровления. Ричард избавляется от своего бывшего увлечения быстрее, если встречает других остывших к нему людей. В данном случае химическая реакция имеет вид:



Если фанат чего-либо встречает бывшего фаната, он быстрее теряет интерес к предмету своей привязанности.

Реакция выздоровления  $I + R \rightarrow 2R$  показывает, что социальные эпидемии отличаются от вирусных. В частности, из этого следует значительное повышение эффективности “вакцинации”: ведь в этом случае выздоровевшие люди помогают заболевшим быстрее излечиться. Для эпидемических заболеваний коллективный иммунитет отображен вертикалью (пунктирная линия на рис. 5b) — только после достижения этой линии число заболевших начинает снижаться. Когда возможно социальное выздоровление, линия “коллективного иммунитета” (пунктирная линия на рис. 6a) наклоняется. В результате социальная эпидемия, начавшаяся при полном отсутствии “выздоровевших”, распространяется почти так же быстро, как вирусная (рис. 6b), но после того, как, допустим, 30 % населения “выздоровело”, эпидемия быстро сходит на нет (рис. 6c).

Стандартный прием, который применяют компании, если о них разносится неприятная новость: запуск аналогичной новости с более позитивным уклоном. То есть компания не только высказывает свою точку зрения, но и использует эффект социального “выздоровления”. Когда те, кто узнал плохую новость, пересказывают ее тем, кто услышал более позитивную версию, они чувствуют, что разносят устаревшую информацию, и перестают это делать. В борьбе с негативными



**Рис. 6.** (а) Если возможно социальное выздоровление, линия коллективного иммунитета (пунктирная прямая) наклонена, в отличие от этой линии на рис. 5b. (б) Если изначально число выздоровевших мало, инфекция распространяется на большую часть населения. (с) Когда изначально число выздоровевших составляет 30 %, эпидемия быстро сходит на нет.



новостями фокус в том, чтобы не сосредотачиваться на инфицированных (тех, кто распространяет плохую новость), а стараться перевести восприимчивых в состояние выздоровевших, тем самым гася интерес к исходной истории.

Софи участвует в кампании по пропаганде важности вакцинации от COVID-19. Иногда ее настолько раздражает избыток ложной информации о вакцинации, что ей хочется опровергнуть каждый отдельный фейк. Но потом она вспоминает о важности выздоровления — не только выздоровления от самого COVID-19, но и об избавлении от окружающей нас лженауки. Если Софи сможет просветить людей, представив им верную информацию, они не только сами отнесутся к дезинформации более критично, но и “привьют” других. Вместо того чтобы беспокоиться о тех, кого невозможно поколебать, и стараться переубедить их, она социально вакцинирует их окружение.

Социальная заразительность часто играет положительную роль. После таких катастроф, как цунами и разрушительные ураганы, жертвования на спасательно-восстановительные работы растут по графику эпидемической кривой: мы жертвуем деньги, потому что видим, как это делают окружающие. Наши социальные реакции — когда мы начинаем аплодировать, смеяться или коллективно издаем возглас изумления во время шоу Дэйва Шапелла<sup>1</sup> — заразительны. Мы постоянно следим за одобрением со стороны окружающих, чтобы действовать правильно.

Продолжительность социального заражения и выздоровления может быть намного больше, чем жизнь новости, слуха или всплеска аплодисментов. До 1960-х ирландские сеттеры были не особенно популярной породой собак: в Американском клубе собаководства ежегодно регистрировалось всего 2–3 тысячи таких щенков. А потом популярность породы стала расти экспоненциально. К 1967-му в год регистриро-

1 Американский стендап-комик, актер и сценарист.

валось уже 10 тысяч щенков ирландских сеттеров, а на пике их популярности (в 1973-м) это число достигало 60 тысяч. Но потом начался очень быстрый спад: с 55 тысяч в 1975-м до 30 тысяч в 1977-м и 10 тысяч в 1980-м. В начале 1990-х ирландские сеттеры были даже менее популярны, чем в 1960-е.

Аналогичный всплеск и падение популярности произошел с доберманами (пик пришелся на конец 70-х), чау-чау (1987-й) и ротвейлерами (середина 90-х). В среднем путь породы собак от неизвестности до пика популярности занимает 14 лет, а откат происходит за 13 лет. В некоторых случаях бум порождается фильмами, такими как повторный выход в 1985-м диснеевского мультфильма “Сто один далматинец”, который привел к росту числа регистраций на 700 % к концу десятилетия с последующим резким падением в середине 90-х.

Такая форма социального “заражения” и “выздоровления” оказывает долговременное влияние на нашу жизнь. При изучении десятков тысяч участников Фремингемского исследования сердца (наблюдения за образом жизни и состоянием здоровья нескольких поколений жителей американского штата Массачусетс) выяснилось, что вероятность злоупотребления спиртным в два раза выше для тех, у кого есть злоупотребляющий спиртным друг; если же случайным образом выбранный исследователями друг воздерживается от спиртного, то и сам человек вероятнее будет воздерживаться от спиртного. Вероятность курить табак почти в два с половиной раза выше, а курить марихуану в три раза выше, если случайным образом выбранный друг курит соответствующее вещество. Аналогичные результаты получены в отношении склонности к ожирению и продолжительности сна. Это верно даже для разводов: наличие разведенного друга повышает вероятность развода. Развод — вероятно, самый экстремальный вид социального “выздоровления”: достаточно развестись вашему другу — и вероятность того, что вы порвете самые важные в жизни взаимоотношения, повысится.

Проводя параллели между покупкой собаки определенной породы, онлайн-обменом новостями, смехом во время

выступления комика и решением расстаться с партнером, я понимаю, что может возникнуть представление, будто я принижаю важный жизненный выбор. Однако тут нужно не путать изучение психологических механизмов — конечно же, различных у онлайн-обмена новостями и распада брака — с изучением динамики соответствующих систем, между которыми есть сходство. Роль наших друзей в стабильности наших романтических отношений более сложна и долговременна, чем их роль в нашем выборе картинок для постов в соцсетях. А способ выбора породы собаки отличен от пути к алкогольной зависимости. Но в основе всего этого лежит одна и та же социальная реакция. Если мы хотим смоделировать рост популярности ротвейлеров в США или динамику совместного распития спиртных напитков группой старшеклассников, мы в обоих случаях возьмем одну и ту же химическую реакцию и увидим одну и ту же динамику.

Зная все это, мы должны чувствовать большую ответственность друг перед другом. Если вы плохо обращаетесь с кем-то, это отражается не только на нем, но и на его окружении, потому что вашему образу действий начинают подражать.

Наша десятка лондонских друзей постоянно что-то затевает. Прошлым летом Бекки предложила завести общий огород. Зимой Энтони агитировал всех раз в неделю играть в мини-футбол. А вскоре после этого Дженнифер организовала книжный клуб. Сначала все эти инициативы воспринимаются на ура. Но через некоторое время энтузиазм пропадает: друзьям надоедает постоянно пропалывать грядки, а интерес к совместному чтению угасает после какой-то слишком скучной книги. Может показаться, что увлеченность любым видом деятельности пропадает столь же быстро, как и возникает. Однако такие циклы взлетов и падений естественны и неизбежны. Бекки, Энтони и Дженнифер не должны сердиться или корить себя за то, что не смогли настоять на продолжении

групповых проектов. Им нужно оглянуться назад и оценить успехи, достигнутые в ходе естественного цикла. Социальным инфекциям от природы свойственно возникать и исчезать.

Порой у нас может возникать ложное убеждение, что стабильность лучше: что в долгосрочном плане “истинные” новости победят вирусные байки; что ради самореализации мы должны завершать все начатые проекты; что важнее всего наш средний уровень удовлетворенности; что мы должны в течение всей жизни сохранять верность одним и тем же ценностям... Но от социальных взаимодействий нельзя ожидать стабильности. По-настоящему важны подъемы — те моменты, когда мы действительно чего-то вместе достигли или когда мы получаем наибольшее удовольствие. Наши собственные взаимодействия, точно так же, как взаимодействие между лисой и кроликом, тянут нас то вперед, то назад — от коллективного энтузиазма к мрачному унынию; мы забываем одну новость и увлекаемся другой; переходим от одного вида деятельности к другому; мечемся между разными идеями и убеждениями; направляемся к новой жизненной цели, прочь от той, к которой стремились прежде.

Позволять себе следовать приливам и отливам наших взаимодействий — это нормально. Ненормально верить в преимущество стабильности.

## Больше, чем сумма частей

**К**огда в среду на второй неделе занятий мы выходим из аудитории после лекции Паркера о моделировании эпидемий, Мадлен, биолог из Австралии, берет меня сзади за плечо, поворачивает лицом к себе, смотрит мне прямо в глаза и произносит: “Нам нужно поговорить”.

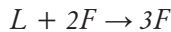
Она ведет меня к столику, где мы в перерывах пьем кофе, и начинает объяснять. Лекция произвела на нее глубочайшее впечатление. Это то, что она все время искала. Данное Паркером описание взаимодействий имеет ключевое значение. Неужели я этого не вижу? Именно этого ей не хватало для описания муравьев. “В поведении муравьев нет стабильности, — объясняет она. — Оно очень разнообразно. Муравьи постоянно переключаются с одного задания на другое: наводят чистоту, кормят детей, ищут новые источники пищи, достраивают гнезда...”

Мадлен уже два года собирала информацию о том, как муравьи организуют продовольственное снабжение, но не видела картины в целом. Паркер открыл ей глаза. Но проблема в том, что ей самой с математикой не справиться. “Тут дело за тобой”, — говорит она, улыбаясь и по-прежнему не сводя с меня глаз. Моя задача — помочь ей описать муравьев в терминах химических реакций Лотки.

Именно такую проблему я и искал. Я достаю блокнот, а Мадлен продолжает говорить о “своих” муравьях. Она всегда их так называет, как будто речь идет о ее детях. Она расска-

зывает о феромонах, которые муравьи размещают по дороге к пище. Об их циклах активности: то они все носятся как угорелые, а то — таятся внутри муравейника. Слушая ее рассказы, я непрерывно делаю записи: одна реакция — как муравьи собирают пищу возле ее источника, другая реакция — отдых муравьев, третья — поиск пищи. Мадлен поправляет мои диаграммы: что-то я слишком упростил, а что-то посчитал более важным, чем есть на самом деле.

Другие студенты возвращаются в аудиторию слушать очередную лекцию, а мы продолжаем сидеть за столиком. Мадлен поясняет, что если лишь один муравей нашел пищу и оставил для собратьев феромон, то последний часто испаряется до того, как другие муравьи двинутся по следу. “Если смотреть на поиск пищи как на инфицирование, то нужны по меньшей мере два муравья, чтобы заразить еще одного”, — говорит она. Услышав это, я сразу понимаю, что химическая реакция муравьев, привлекающих друг друга к поиску пищи, должна выглядеть примерно так:

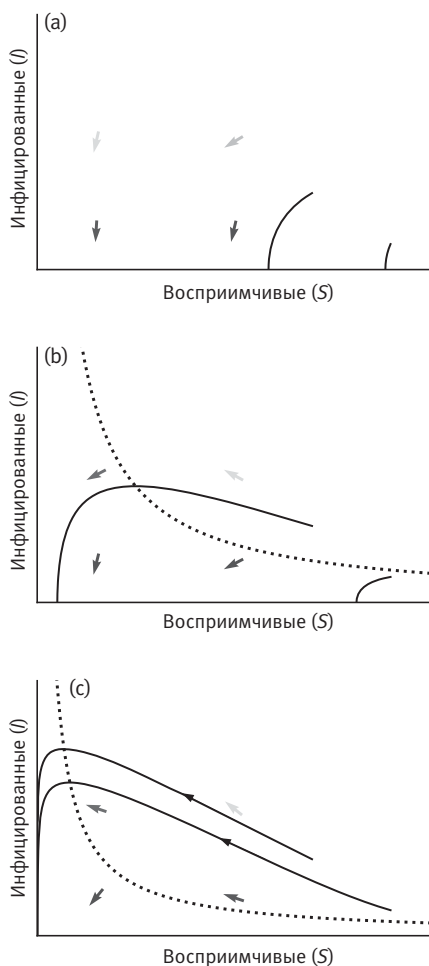


Нужны два нашедших пищу муравья ( $F$ ), чтобы привлечь одного муравья, ищущего пищу ( $L$ ). Два муравья, которые нашли пищу, “вербуют” еще одного, который ее ищет. Это реакция категории “нужны двое”.

Мы добавляем еще одну реакцию:



которая говорит о том, что с течением времени муравьи — добычки пищи становятся “пенсионерами” ( $R$ ). Это сродни выздоровлению в эпидемической модели. Мы предполагаем, что муравьи перестают заниматься добычей по собственной инициативе, без консультации с другими. “Они переключаются на иные работы”, — поясняет Мадлен.



**Рис. 7.** Модель муравьиных троп “нужны двое”. Инцифицированный — это муравей, который нашел пищу; восприимчивый — не нашел. (а) При низком уровне взаимодействия инфицированным муравьям удастся “завербовать” лишь небольшое число восприимчивых. (б) При умеренном уровне взаимодействия инфицированным муравьям удастся “завербовать” лишь небольшое число восприимчивых, если исходный уровень обнаружения пищи невысок, но они достигают больших успехов, если этот уровень выше линии “коллективного иммунитета”. (с) Инцифицированные муравьи почти всегда преуспевают в “вербовке”.

Мадлен забирает у меня листок и принимается сама записывать на нем реакции. Я беру другой листок и пишу на нем уравнения, отражающие динамику вышеприведенных реакций, — дифференциальные уравнения, описывающие изменения с течением времени в терминах скорости протекания реакции. Сначала я смотрю на скорость реакции, когда колония невелика или когда муравьи ищут пищу на обширной площади. В этом случае муравьи редко встречаются друг с другом и скорость “вербовки” мала. Так что даже если какой-то муравей и найдет пищу, он может “уйти на пенсию” раньше, чем кому-то об этом “расскажет”. Это показано на рисунке 7а: стрелки указывают вниз, где больше нет муравьев, нашедших пищу, — все они уже стали “пенсионерами”.

Потом я смотрю, что происходит, когда интенсивность взаимодействия возрастает. Для этого я вычисляю положение равновесия, при котором скорость “вербовки” совпадает со скоростью “выхода на пенсию”. В стандартной эпидемической модели — это равновесие “коллективного иммунитета”, когда скорость инфицирования совпадает со скоростью выздоровления. В отличие от эпидемии, где равновесие отражается вертикальной прямой (пунктир на рис. 5b), в нашей муравьиной модели равновесие представлено кривой (пунктир на рис. 7b). Если число муравьев, нашедших пищу, находится ниже этой кривой, то они “уйдут на пенсию” раньше, чем смогут “завербовать” нужное число муравьев (см. стрелки внизу справа под пунктирной линией на рис. 7b). Однако если исходно пищу нашла значительная часть муравьев, то они смогут передать информацию и “завербовать” почти всех своих собратьев. И наконец, я посмотрел, что произойдет, если муравьи взаимодействуют очень часто. В этом случае, даже если исходно пищу найдут немногие, вскоре почти все муравьи будут знать, где пища (рис. 7с).

— Все точно так, как Паркер рассказывал на лекции! — воскликнул я. — Муравьиное сообщество — не простая сумма своих составляющих. Для того чтобы узнать, сколько оно со-



берет пищи, недостаточно просто просуммировать вклад каждого. Все гораздо сложнее.

Если бы речь шла о сумме составляющих, то можно было бы ожидать, что доля тех, кто найдет пищу, пропорциональна уровню взаимодействия муравьев между собой. На самом же деле в случае редких взаимодействий муравьи почти не находят пищи: результат усилий коллектива меньше суммы результатов отдельных насекомых. Муравьи с более высоким уровнем взаимодействия иногда находят много пищи, а иногда — совсем мало: здесь сообщество может оказаться больше или меньше суммы составляющих, в зависимости от того, как начался поиск. Иными словами, успех в добыче продовольствия зависит от случая: если исходно пищу найдет сразу достаточно большое количество муравьев, то ее найдут они все (сообщество больше суммы составляющих); в противном случае пищу найдут лишь немногие (сообщество меньше суммы составляющих). Очень крупные колонии уже не зависят от случая — в таких колониях большинство муравьев всегда найдет пищу.

— Маленькие колонии всегда терпят неудачу. Большие колонии всегда успешны. А колонии среднего размера преуспевают или нет в зависимости от того, сколько муравьев вначале найдет пищу, — подвел я итог.

Мадлен пришла в восторг.

— Я могу это проверить, — воскликнула она. — Я могу провести эксперимент. Это будет очень интересно!

Я не понимал, как она это делает, но Мадлен все мне растолковала. Разделяя муравьев на колонии разного размера, она может управлять уровнем их взаимодействия. Согласно модели, маленькие колонии никогда не смогут проложить феромоновую тропу к пище, а большие колонии будут непропорционально успешны.

Теперь я уяснил, что Мадлен имеет в виду. И заодно кое-что еще. Для колоний среднего размера все определяется начальным поиском пищи.

— Ты можешь как-то помочь муравьям на старте? — спросил я. — Тогда мы проверим, существуют ли два стабильных результата: при одном они получают много пищи, при другом — почти ее не получают.

— Ну конечно, — откликнулась Мадлен и объяснила, что может провести эксперимент, в котором нескольких муравьев сразу поместит возле кормушки, так что на начальном этапе они получают помощь. Согласно модели, муравьи с такой начальной поддержкой всегда смогут проложить тропу к пище. А те, кто лишен такого удачного начала, обычно тропы не прокладывают.

— Муравьи очень похожи на людей, — заметила Мадлен. — Ведь когда за работу берется сразу большая группа, то увлекаются все. Так бывает у нас, и я уверена, что и у муравьев тоже. Как только вернусь в Сидней — сразу проверю.

## Увлечь всех фитнесом

**Т**о, как муравьи быстро находят пищу, если ее нашла первая небольшая группа, — пример переломного момента. В человеческом обществе переломный момент может описывать ситуацию, когда какая-то медленно нарастающая тенденция внезапно (и без видимой причины) получает широчайшее распространение. Взять, к примеру, бороды среди молодежи. Примерно до 2012 года бороды у молодых британцев были не особенно популярны, однако ситуация очень резко изменилась и всего несколько лет спустя бороды разных форм и размеров появились повсеместно. Можно сказать, что в конце 2012-го — начале 2013-го наступил переломный момент в распространении волосяного покрова на подбородках.

Между переломными моментами и социальным заражением / выздоровлением есть кое-что общее. В обоих случаях одна группа людей своим примером вовлекает другую группу в какую-то деятельность. Но переломные моменты отличаются тем, что с ними связаны два стабильных состояния: в первом мало кто демонстрирует определенное поведение, во втором — оно присуще многим. Пунктирная линия равновесия на рисунке 7b позволяет говорить о двух стабильных состояниях: в одном — никто из муравьев не находит пищи, во втором — толпы муравьев тащат домой добычу. Или — возвращаясь к вышеприведенному примеру — то бородатых совсем мало, то бороды видны повсюду.

Рассмотренная в прошлом разделе муравьиная модель показывает, что из реакции “нужны двое”



следует несколько стабильных состояний, разделенных переломными моментами.

Среди людей мы тоже видим реакции такого типа. Например, в нашей группе друзей первым обзавелся бородой Энтони, а Джон и Чарли сначала не хотели следовать его примеру. Все изменилось, когда Ричард отпустил эспаньолку. После этого Джон внезапно осознал, что есть один *S* (Джон) и два *I* (Энтони и Ричард), и, переубежденный, тоже начал щеголять весьма ухоженной трехдневной щетиной. Ну, а Чарли быстро присоединился к коллективу.

Переломный момент, который еще называют “критической массой”, иногда описывают словами: “Он отрастил бороду, потому что у всех были бороды”. На самом деле, правильнее сказать, что переломный момент наступает так: “Он отрастил бороду, потому что бороды были у пары его друзей, потом четвертый последовал его примеру и примеру одного из друзей, а дальше это поветрие приобрело массовый характер”. Для возникновения переломного момента людям не обязательно знать, какая часть населения в целом отрастила бороды, носит розовые рубашки, смотрит определенный сериал *Netflix*, делает себе татуировку или совершает мелкие преступления. Человеку достаточно знать, что так поступают многие из его окружения. Для возникновения переломного момента хватает локальной передачи идей или моделей поведения.

Представим, что Дженнифер хочет улучшить свою физическую форму. Прочитав, что здоровый образ жизни приносит 12 дополнительных лет, она осознает, что нужно регулярно заниматься спортом и умеренно пить, но беда в том, что ее друзья — как и она сама — занимаются спортом не больше раза в неделю, а их социальная жизнь вертится вокруг со-

вместных тусовок с выпивкой на выходных. Она бы хотела все это изменить, но боится не справиться в одиночку. Как ей заставить себя и друзей поменять свои привычки?

Вот в подобных-то ситуациях и важно понимать разницу между передачей вируса от одного человека другому и описанной выше реакцией “нужны двое”. Время от времени кто-то из друзей Дженнифер зовет ее на пробежку. Они надевают кроссовки и трусят по парку. Но это не входит у них в привычку, потому что через несколько дней другой друг агитирует их пропустить тренировку и пойти в паб. И там они все дружно смеются над своими безуспешными попытками заняться спортом.

Чтобы преодолеть это препятствие, Дженнифер нужно подумать о своих друзьях как о диване, который трудно сдвинуть с места: если б она могла найти помощника, все было бы намного проще. Она вспоминает историю с бородами: у Энтона уже была борода, но Джон не собирался ее отращивать — однако он изменил свое мнение, когда у Ричарда появилась эспаньолка. Дженнифер не так близка с Ниа, как с Софи, но она знает, что Ниа обычно не бросает начатое. Поэтому она предлагает Ниа два раза в неделю вместе выходить на пробежку. Ниа часто работает допоздна, поэтому в тот день, когда запланирована пробежка, Дженнифер шлет ей эсэмэски, напоминая, как хорошо было в прошлый раз, и заверяя, что с нетерпением ждет их встречи в парке. Вскоре они сближаются, и Ниа тоже начинает напоминать Дженнифер о пробежках. Об остальных Дженнифер не задумывается... пока.

Наконец, когда у двух девушек уже сформировалась привычка, Дженнифер решает привлечь Софи. Она приглашает ее на пробежку и просит Ниа сделать то же самое. Они не всегда бегают втроем, но теперь Дженнифер поставила себе задачу увлечь Софи, а Ниа уже втянулась и потому охотно зовет Софи на пробежку, когда Дженнифер занята.

В группе из десяти человек для переломного момента троих недостаточно. И не каждого из десятки можно уго-

ворить бегать. Если уж от занятий спортом не отвертеться, то Айша и Сьюки выберут аэробику, Энтони, Бекки, Чарли и Джон предпочтут футбол, а Ричард (если на него как следует надавить) скорее всего пойдет в тренажерный зал. Поэтому Дженнифер создает общий чат под названием “тренируемся дважды в неделю”. Она, Ниа и Софи шлют в него фотографии со своих пробежек. Однажды вечером Дженнифер собирает всех на футбольный матч, а Айшу и Сьюки записывает на бесплатное занятие по аэробике. С помощью двух уже “завербованных” девушек вовлекать остальных становится проще. Хотя Дженнифер все еще приходится прилагать усилия, потому что стабильное для этой группы состояние — вечер в пабе (особенно после игры в футбол), она знает, что важно достичь переломного момента, а дальше все пойдет само собой.

И вот он наступает. После того как включились пятеро (Сьюки начинает ходить на аэробику, а Чарли шлет фото с мини-футбола), их уже удерживает обратная связь. У членов группы возникло стремление укреплять свое здоровье. Если Дженнифер потянет к прошлым нездоровым привычкам, друзья напомнят ей, что пора выйти на пробежку или посетить занятие по аэробике. Даже самые инертные члены группы начинают присылать фотографии в групповой чат.

Важно помнить, что результат не пропорционален затраченным усилиям. Исходно Дженнифер придется очень постараться, чтобы увлечь своих друзей, но после достижения некоторого порога удерживать их становится просто. Здесь опять видно отличие от передачи инфекции от одного к другому, где эффект прямо пропорционален количеству контактов между людьми. Начальные трудозатраты по выработке здоровых привычек в стандартной эпидемической модели меньше, чем в модели “нужны двое”, но когда здоровые привычки уже выработаны, поддерживать их в модели “нужны двое” гораздо проще. Когда все включились в оздоровительную программу Дженнифер, она может (слегка) расслабиться. Если у нее на-

chnet пропадать стимул, ее быстро подбодрят друзья, которые теперь увлечены сохранением здоровья.

Урок тут для нас такой: если мы хотим изменить жизнь к лучшему, надо увеличить интенсивность общения. Недостаточно попробовать что-то однажды — надо создать импульс внутри группы. Когда импульс создан и достигнуто стабильное состояние всеобщей вовлеченности, поддерживать новую привычку легче.

В рабочих или школьных коллективах мы часто попадаем в порочный круг, когда кажется, что все постоянно воспринимают всё в штыки, а каждая попытка позитивного изменения только усиливает негативизм. Если начать просто с пары позитивных комментариев в день, то, разумеется, можно услышать ответные позитивные комментарии, но этого недостаточно, чтобы изменить культуру, потому что ваша слабая позитивность будет подавлена мощной негативностью. Однако из этого не следует, что нельзя изменить динамику коллектива. Надо всем вместе обсудить ситуацию и поставить цель изменить ее. Возможно, не все сразу после такого разговора воспримут позитивный подход, но когда его воспримут многие, переломный момент довершит процесс: противники перемен в конце концов будут побеждены позитивностью их сторонников.

## Третий закон

**Х**очется понять систему. Ухватить суть того, что мы видим. Выработать единый набор реакций. Единый список простых правил.

Идет 1920 год. Миновало десять лет с тех пор, как Альфред Лотка опубликовал статью о циклических реакциях, но ощущение нереализованности у него сохраняется. В его работе, несомненно, были интересные моменты — анализ экспериментальных данных, редактирование научных публикаций и изучение патентов, — и коллеги ценили его аналитические способности. Но, по мнению Лотки, все это было тривиальным, не приведшим ученого к тому более глубокому пониманию, к которому он стремился.

Его исходная публикация не вызвала особого отклика. На нее мало кто обратил внимание, и никто не продолжил исследования в этом направлении. Лотку подбодрило лишь эссе, опубликованное во время Первой мировой войны британским подполковником сэром Рональдом Россом, который изучал распространение малярии. Росс выделил два пути осмысления эпидемии: апостериорный и априорный. Он писал, что “в первом случае мы начинаем с изучения статистических данных, стремимся подобрать подходящие к ним аналитические законы и таким образом возвращаемся назад к первопричине”. Это был статистический подход, который разрабатывали кембриджские статистики вроде Фишера.



Для Лотки большой интерес представлял тот подход, который Росс назвал априорным. Росс утверждал, что при моделировании малярийной эпидемии — где задача заключается в том, чтобы выявить схему взаимодействия между комарами, инфекционным агентом и заболевшими, — необходим априорный подход. При таком подходе, писал он, “мы предполагаем причину известной, создаем на основе этого знания дифференциальные уравнения, делаем логические выводы и наконец проверяем результаты своих вычислений, сравнивая их с полученными статистическими данными”. “Мы предполагаем”, что комары распространяют малярию среди людей случайным образом, “делаем логические выводы”, воссоздавая — с помощью эпидемической модели — схему распространения болезни, и “проверяем результаты своих вычислений”, сравнивая модель с эпидемической кривой. Для разработки предложенных им моделей Росс обратился за помощью к математику Хильде Хадсон; посредством этих моделей они описывали возникновение и спад эпидемий. Хадсон даже обнаружила ту же цикличность, которая была в модели Лотки: этой цикличностью они с Россом объясняли то, что у эпидемий бывают вторая и третья волны.

Лотка понял, что он пытался создать именно априорный подход, причем не только к эпидемиям. Росс назвал этот подход теорией событий, подразумевая нечто большее, чем просто эпидемии. Но Лотка считал, что слово “событие” не отражает всю глубину проблематики. Он снова вернулся мыслями к исследованиям, которые проводил вместе с Оствальдом в Лейпциге. Там упор был на второй закон термодинамики, закон физических систем, который гласит, что при преобразовании энергии часть ее теряется в виде выделяемого тепла. Этот закон — причина того, что все химические реакции реального мира всегда достигают равновесия: реакции между молекулами в химической пробирке со временем балансируются и сами молекулы распределяются равномерно. Лотка считал, что второй закон не выполняется для биологических

систем, для которых характерно непрерывное возникновение новых растений и животных. Именно второй закон Лотка проигнорировал при создании собственных колебательных реакций. Он надеялся, что сможет открыть новый закон термодинамики, который был бы справедлив для биологических и социальных систем и даже для сознания. Третий закон.

Лотка начал с небольших усовершенствований своей модели 1910 года и опубликовал статью в ведущем американском журнале *Proceedings of the National Academy of Sciences*. Эта статья так понравилась редактору журнала, Раймонду Пирлу, что он попросил написать продолжение. Воодушевленный, Лотка изложил все те мысли, которые носились у него в голове. Он видел, что в 1920-е годы, после войны и эпидемии “испанки”, американское общество, возвращаясь к жизни, воссоздавалось заново, и написал о том, что люди “ускоряют жизненный круговорот одновременно и за счет ‘увеличения колеса’, и за счет ‘ускорения его вращения’”. “Стремятся ли люди к доведению до максимума какой-то пока неизвестной физической величины?” — задавался он вопросом. “Сейчас это кажется правдоподобным, — писал Лотка, — и представляется, что эта физическая величина имеет размерность мощности или энергии в единицу времени”.

После этой статьи Раймонд Пирл еще больше уверился, что Лотка близок к открытию. Пирл пригласил Лотку в Университет Джонса Хопкинса, нашел для него двухлетнюю исследовательскую стипендию и велел, чтобы тот, отправив мысли в свободный полет, отыскал источник силы, движущей человеческий цикл, и изложил на бумаге идеи, вынашиваемые им последние двадцать лет.

И Лотка превзошел самого себя. Результатом его трудов стала книга “Элементы физической биологии” (*Elements of Physical Biology*), в которой он цитировал Библию, Герберта Уэллса, Льюиса Кэрролла и Вордсворта. В книге говорилось о выращивании крыс и семян подсолнечника, о распространении колоний бактерий, об увеличении населения США,

о трупных червях, эпидемиях малярии, лесных экосистемах, паразитах и их хозяевах, о пищевых сетях, ожидаемой продолжительности жизни мужчин, технологии разведения и забоя скота, а также о взлетах и падениях импорта и экспорта. Во всех случаях, по мнению Лотки, решение сводилось к одной и той же идее: записать химические реакции и изучить взаимодействия.

В наше время подход Лотки, Росса и Хадсон широко применяется ко всем типам биологических систем. Мы уже видели, как с его помощью моделируют распространение болезней. Его используют и для изучения роста раковых опухолей, и для поиска средств остановки этого роста. Для описания экосистем и прогнозирования их реакции на климатические изменения. Для понимания схемы образования полосок на теле зебры и развития эмбрионов. И даже для моделирования биохимических реакций, лежащих в основе жизни.

## Клеточные автоматы

В пятницу на второй неделе занятий в Санта-Фе Паркер показывал примеры применения подхода Лотки ко всему — от нейробиологии до прогнозирования погоды. В конце лекции он представил нам своего коллегу: мужчину с волосами до плеч, в ковбойских ботинках, джинсах *Levi*, клетчатой рубашке и с огромной пряжкой на ремне. Его хиппи-ковбойский вид настолько поразил меня, что я прослушал его фамилию. Впрочем, ковбой сказал, что мы можем называть его Крисом.

— Вот уж не ожидал, что в выходные мы отправимся на родео, — прошептал Руперт нам с Эстер.

Эстер рассмеялась. Мне было не так смешно. Я надеялся, что Руперт наконец признает, что лекции Паркера открывают ему много нового, но он продолжал отпускать саркастические замечания, часто веселившие Эстер. Именно это задевало меня больше всего. Казалось бы, ей ли, работавшей под руководством Паркера над магистерской диссертацией, не понимать, насколько интересны его теории?

Но вот они оба умолкли... а уж когда Крис заговорил, в аудитории воцарилась полная тишина. Он сказал, что во второй половине дня проведет компьютерные занятия по клеточным автоматам — тем математическим моделям, которые лежали в основе теоретических исследований Стивена

Вольфрама. Не Вольфрам изобрел клеточные автоматы, сказал Крис, но он описал то, что называется элементарным клеточным автоматом, самую основную модель такого рода. Компьютерное занятие было факультативным, и Крис, заверив, что поймет, если мы предпочтем отдохнуть, все же пригласил присоединиться к нему.

— До свидания, — сказал Руперт. — Мне нужно решать настоящие уравнения. Я не собираюсь тратить время на компьютерные игры.

Эстер обернулась ко мне и спросила: “Ты идешь?”. Ответ казался мне очевидным. Свободный вечер — вещь хорошая, но пропустить такое занятие я не мог.

Когда мы пришли в компьютерную лабораторию — подвальное помещение, заполненное всякими вычислительными машинами, работающими под разными операционными системами, — Крис сказал, что Лотка и, семьдесят лет спустя, Вольфрам ставили перед собой схожие цели. Обоих смущал второй закон термодинамики, согласно которому физические системы с течением времени ведут себя все более беспорядочным и случайным образом. Давление в газе стабилизируется, соль растворяется в стакане воды, огонь гаснет, оставив груды стабильного пепла, а выделенное во время горения тепло рассеивается в воздухе.

Почему же тогда, задавались вопросом Вольфрам и Лотка, мир полон периодических процессов, подобных циклу хищник-жертва и еще более сложных, самый сложный из которых — сама жизнь?

Если Лотка сосредоточился на химических реакциях, где отдельные молекулы свободно перемещались в газе или жидкости, то Вольфрам осознал важность локального взаимодействия.

— В эпидемической модели и в модели хищник-жертва, — объяснял Крис, — мы предполагаем, что отдельное живот-

ное (в том числе человек) равновероятно взаимодействует с любым другим животным. А в модели клеточного автомата взаимодействия происходят лишь между определенными клетками. Это больше похоже на реальную жизнь, в которой мы постоянно встречаем одних и тех же людей и взаимодействуем именно с ними.

Объясняя концепцию клеточного автомата, Крис предложил рассмотреть следующую цепочку единиц и нулей (называемую двоичной):

110010000111000011011111001

Каждую единицу и каждый ноль в этой цепочке мы называем битом, так же, как числа от 0 до 9 называем цифрами. И как десятичное число 458 записывается тремя цифрами (4, 5 и 8), так и двоичная цепочка 010 состоит из трех битов (0, 1 и 0). Приведенная выше двоичная цепочка состоит из 27 битов.

Элементарный клеточный автомат — это набор правил, описывающих преобразование одной двоичной цепочки в другую. Рассмотрим, например, следующие два правила, которые мы применим к приведенной выше цепочке.

1. Если слева от нуля стоит единица, то ноль превращается в единицу, в противном случае он остается нулем.
2. Единица всегда остается единицей.

Применив эти правила к нашей цепочке, мы получим новую цепочку:

11101100011110001111111101

Заметьте, что все нули, слева от которых стояли единицы, в новой цепочке превратились в единицы. Применим наши правила к ней и получим:

11111110011111001111111111

Еще раз:

11111111011111101111111111

И наконец:

11111111111111111111111111

В этой цепочке все биты равны единице. Крис объяснил, что для любой исходной цепочки все нули, стоящие справа от первой единицы, в конце концов превратятся в единицы. Шаг за шагом единицы распространяются среди нулей, превращая их все в единицы (этот процесс напоминает падение костяшек домино). Возникает стабильная последовательность единиц.

Крис показал нам другую цепочку:

010001101111010101010

И предложил применить к каждому ее биту следующие три правила:

1. Если и слева, и справа от бита стоит ноль, то бит становится нулем.
2. Если и слева, и справа от бита стоит единица, то бит становится единицей.
3. Если левый и правый сосед бита различны, то бит не меняется.

Например, если есть тройка битов 010, то средний бит в ней — единица, а ее соседи справа и слева — нули, поэтому (согласно правилу 1) средний бит становится нулем и тройка превращается в 000. Применяя правила 1–3 к приведенной выше более длинной цепочке, получаем последовательно:

0100011011110101011010



00000111111111010111100



00000111111111101111100



00000111111111111111100

Все изолированные нули и единицы заменяются своими соседями (мы предполагаем, что цепочка располагается по кругу, так что у последнего нуля цепочки сосед слева — единица, а сосед справа — ноль, поэтому последний бит остается нулем).

Крис сказал, что эти нули и единицы можно представлять себе людьми с разными политическими взглядами. Нули могут быть демократами, а единицы — республиканцами. У каждого человека есть два соседа; если оба соседа с ним не согласны, то он меняет свое мнение; в противном случае его мнение неизменно. В результате возникают кластеры демократов и кластеры республиканцев.

Крис объяснил, что такая конфигурация стабильна: если мы применим к ней наши правила, результат не изменится:

00000111111111111111100

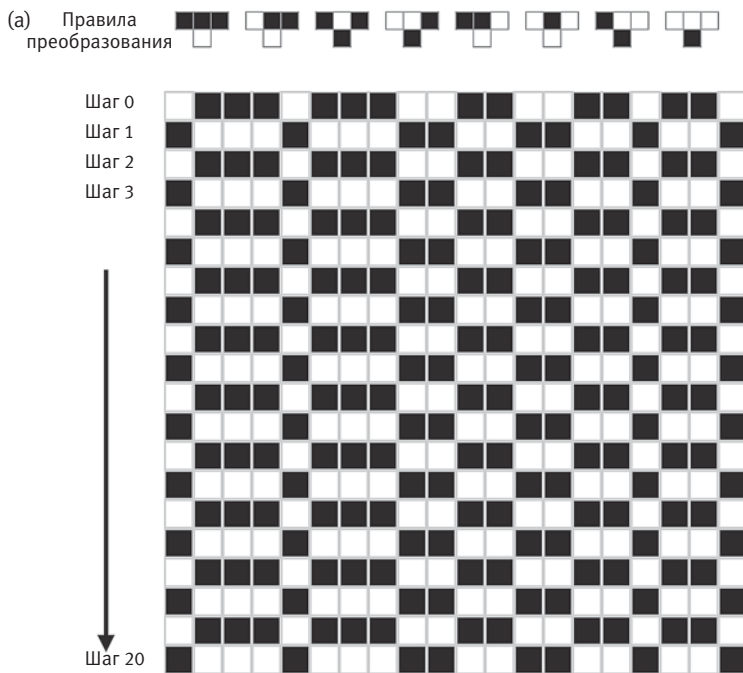


00000111111111111111100

Сколько бы раз мы ни применяли к цепочке наши правила, она не изменится, и с какой бы цепочки мы ни начали процесс, стабильность будет достигнута и не поколеблется, пока люди остаются на месте, не слышат иных мнений и не меняют взгляда на мир. Крис пошутил, что такое можно наблюдать в США: цепочка республиканских единиц в центре страны и демократические нули на побережье.

— А теперь, — поставил он нам задачу, — я хочу, чтобы вы смоделировали эту систему правил на компьютере. При-





**Рис. 8.** Простая периодическая конфигурация, порожденная элементарным клеточным автоматом. Вверху показаны правила данного автомата: три клетки верхнего ряда определяют результат в нижнем ряду. Это те самые правила, которые описаны в тексте: черные клетки — единицы, белые — нули. В этой реализации если средняя из трех клеток — белая, то клетка под ней становится черной, и наоборот. Возникает конфигурация с чередующимися полосами.

чем учтите, что если правильно взяться за дело, то можно породить весьма своеобразные конфигурации. Но мы пока только начинаем, так что посмотрим, сможете ли вы с помощью этих правил построить нечто, похожее на шахматную доску.

В лаборатории компьютеров на всех не хватало, поэтому я сел вместе с Эстер. Она решительно взяла управление в свои руки, развернув к себе клавиатуру. “Это не займет много вре-

мени”, — сказала она и начала вводить программный код в окошко терминала.

Эстер быстро поняла, что если создать правило, по которому все единицы превращаются в нули, а нули — в единицы, то возникнет бесконечный цикл. Она реализовала это правило с помощью черных (соответствующих единицам) и белых (соответствующих нулям) клеток, и очень скоро у нее на экране появилась конфигурация, показанная на рисунке 8. Крис наклонился над нами и одобрительно кивнул: “Отлично”.

Эстер минуту помедлила, а потом сказала, что все правила элементарных клеточных автоматов можно записать примерно в таком виде:

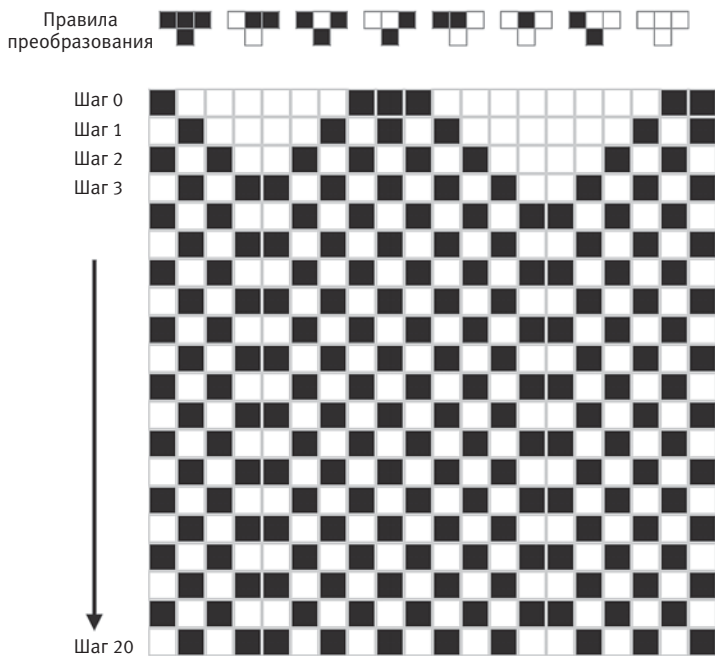
111	110	101	100	011	010	001	000
0	0	1	1	0	0	1	1

Здесь в верхнем ряду показаны соседи центрального бита вместе с ним самим, а в нижнем — во что должен превратиться этот центральный бит. Указанное выше правило порождает полосы: центральный бит из единицы всегда превращается в ноль, и наоборот. В компьютере единицам соответствуют черные клетки, а нулям — белые. Правила преобразования описаны на рисунке 8 для черных и белых клеток. При моделировании возникают чередующиеся черные и белые линии.

Создать набор правил для шахматной доски оказалось труднее, чем для полосок. И ровно в тот момент, когда я собрался высказать свое предложение, Эстер вскричала “Придумала!” и быстро написала новый набор правил:

111	110	101	100	011	010	001	000
1	0	1	1	0	0	1	0

Вводя его в компьютер, она пояснила: “Если черная тройка будет сохранять клетку черной, а белая — белой, то шахматная доска будет «наползать» с краев”.



**Рис. 9.** Шахматная доска, порожденная элементарным клеточным автоматом. Вверху показаны правила данного клеточного автомата: тройки верхнего ряда определяют результат в нижнем ряду. Это те правила, которые в тексте объясняет Эстер.

Предложенные ею правила по большей части совпали с теми, что порождали чередующуюся конфигурацию. Но в том случае, когда в верхней строке все клетки были черными (или белыми), по ее новым правилам, в нижней строке средняя клетка оставалась черной (белой). Шахматная доска получилась не идеальной — она порой сбила там, где черные области сталкивались с белыми, — но описанию Криса вполне соответствовала (рис. 9).

У него был очень довольный вид.

— Отлично, — снова сказал он. — Теперь усложним задачу. Составьте несколько наборов правил: набор, который поро-

ждает хаотическую конфигурацию, набор, порождающий сложные конфигурации, и набор, дающий красивые конфигурации. Включите воображение. Покажете мне их на следующей неделе.

Мы с Эстер посидели еще немного, экспериментируя. Но все наши клеточные автоматы порождали либо стабильно черный экран, либо стабильно белый экран, либо чередующиеся конфигурации. Был уже поздний вечер пятницы, и мой энтузиазм слегка поутих.

Крис подошел к нашему компьютеру.

— Пора отвлечься, — сказал он, выключая наш монитор. — Идите в город, развейтесь. Там есть бар “Эль Фароль”. Сходите туда в эти выходные — не пожалеете.

Мы переглянулись. Крис был прав. Нам не справиться с его задачей, если не сделать перерыв. Пора пойти и окунуться в реальную жизнь.

## Искусство спора

**Ч**арли и Айша вместе уже пять лет, у них двое ребятишек. Отношения между супругами хорошие, но оба они работают, живут активной социальной жизнью, растят детей и ведут домашнее хозяйство — так что порой нервы у них сдают. Иногда сразу после спора Чарли жалеет, что у него нет записи их разговора. Он бы хотел прокрутить пленку назад, чтобы прослушать все заново и доказать Айше, что это она (а не он) спровоцировала перепалку. Объяснить, что он-то старался придерживаться фактов, а вот она перешла на личности.

Такие мысли возникают у многих из нас. Если бы мы только могли показать *им*, как *они* дали разговору неверное направление. Как *они* потеряли хладнокровие. Это была *их* вина. *Они* начали первые. Или *мы*, во всяком случае, так думаем.

Записывать личные разговоры безусловно *не стоит*. Их тайная запись — верный способ испортить отношения, путь к разводу. Даже ссылка на запись может усилить накал спора. Если Чарли скажет Айше: “Да ты бы только себя послушала!”, это будет ошибка с его стороны, а не способ показать ей, в чем она (по мнению Чарли) неправа.

И однако имеет смысл задуматься (после того как страсти улягутся) о том, что могла бы содержать такая запись и как звучали бы на ней *ваши* слова.

Для того чтобы это сделать, давайте создадим модель жаркого спора между Айшей и Чарли. В этом контексте важно понимать, что Айша и Чарли любят друг друга. Очень любят. Они ценят свои отношения и глубоко уважают друг друга, но все же в какой-то момент у них возникает спор. Весьма неприятный спор.

Мы собираемся представить их поведение в виде двоичной цепочки, последовательности единиц и нулей. Например, следующая цепочка может представлять растущее раздражение Айши.

Айша: 000000011100110001100111111

Каждый бит представляет сказанную ею фразу: ноль обозначает спокойный ответ, а единица — повышение голоса. По мере продолжения разговора нули встречаются все реже, а единицы — все чаще. Ясно, что Айша все больше сердится.

Но это отражение речи лишь одного из партнеров. Что именно вызывает у него переход от спокойствия к возмущению? Чтобы это понять, давайте теперь посмотрим на Чарли. Здесь снова ноль отображает спокойный ответ, единица — агрессивный.

Чарли: 000000000110001110111011111

Чарли тоже начинает сердиться. При движении по цепочке слева направо Чарли переходит от нулей к единицам. Для ссоры нужны двое.

Поместим цепочки друг под другом:

Айша: 000000011100110001100111111

Чарли: 000000000110001110111011111

Время идет слева направо, и мы видим, что Айша повышает голос (1) раньше Чарли.

— Все ясно, — может заявить Чарли. — Смотри, кто рассердился первым. Это ты начала, Айша. Я был просто спровоцирован.

Обвинения “он первый начал!” / “она первая начала!” знакомы нам с детства. Для многих из нас они являют нечто вроде нравственного закона: кто начал, тот и виноват. Но это неверный подход, и он опасен. Я это знаю, потому что в данном случае я привел вовсе не последовательности нулей и единиц из реального спора — это результат математического моделирования.

Давайте я сначала опишу свою модель, а потом мы вернемся к утверждению *Нельзя оценивать спор с точки зрения “кто первый начал”*. Рассмотрим следующее правило преобразования:

$$\begin{array}{rcl} 50\%: & 1 & \\ & 0 \rightarrow 1 & \end{array}$$

Оно читается так: “Если Айша закричала на Чарли, а Чарли перед этим не кричал на Айшу, то Чарли закричит на Айшу с вероятностью 50%”. Единица в верхней строчке означает, что Айша кричит, ноль в нижней строчке означает, что Чарли не кричит, а  $0 \rightarrow 1$  означает, что Чарли начнет кричать. Вероятность такого перехода составляет 50%.

Описанное выше правило является *вероятностным*. Можно представлять себе, что Чарли подбрасывает монету, когда Айша на него кричит. Если выпадает орел, он начинает кричать в ответ, если решка — не начинает. Здесь есть важное отличие от элементарных клеточных автоматов, которые нам показывал Крис в Санта-Фе. Те были *детерминированными*: при вводе определенного значения они всегда делали одно и то же. В приложениях клеточных автоматов, подобным нашему приложению к спорам, вероятностный подход более реалистичен. Люди не всегда поступают одинаково в одинаковых ситуациях; они принципиально непредска-

зуемы. Вероятностные модели эту непредсказуемость частично отражают.

Пока что я описал только одно правило диалога. В принципе, правила зависят от того, как шел разговор Айши и Чарли до начала спора. Если, к примеру, ни один из них не кричал, то вероятность того, что Чарли начнет кричать, ниже (скажем, 10 %), поэтому напомним так:

$$\begin{array}{l} 10\%: \quad 0 \\ \quad \quad 0 \rightarrow 1 \end{array}$$

Вероятность тут ненулевая. Айша и Чарли спорят, и потому Чарли вполне может сорваться, но вероятность этого намного ниже, чем того, что он закричит, если закричала собеседница. Рассуждая аналогичным образом, мы можем построить правила перехода для Чарли при всех возможных состояниях:

Никто не кричит	Айша кричит	Чарли кричит	Оба кричат
10%: 0	50%: 1	70%: 0	95%: 1
0 → 1	0 → 1	1 → 1	1 → 1

Первые два правила мы уже обсудили выше: если ни Айша, ни Чарли не кричат, то Чарли повысит голос с вероятностью 10 %, а если Айша кричит, то с вероятностью 50 %. К этому мы добавили еще два правила: если Чарли уже кричит (а Айша — нет), то Чарли продолжит говорить на повышенных тонах с вероятностью 70 %; а если кричат оба, то Чарли продолжит говорить на повышенных тонах с вероятностью 95 %, а с вероятностью 5 % он внезапно перестанет кричать.

Мы определили, как Чарли реагирует во всех возможных ситуациях. Сделаем то же самое для Айши:

Никто не кричит	Айша кричит	Чарли кричит	Оба кричат
10%: 0 → 0	70%: 1 → 1	50%: 0 → 0	95%: 1 → 1
0	0	1	1



Заметим, что Айша и Чарли реагируют друг на друга абсолютно одинаково. У них одинаковый уровень раздражительности, и они реагируют на сходные сигналы.

Теперь у нас есть полная модель спора между двумя людьми, и на ее основе я породил цепочки, характеризующие ссору между Чарли и Айшей. Давайте снова посмотрим на эти цепочки, но на этот раз в контексте породивших их правил.

Айша: 000000011100110001100111111

Чарли: 000000000110001110111011111

Сначала за парой нулей обычно идут нули из-за правила “никто не кричит”, которое приводит к повышению голоса лишь с небольшой вероятностью. Если случайно (всегда есть 10%-ная вероятность) Айша все же начинает кричать, то обе вероятности (того, что Чарли начнет, или того, что он продолжит кричать) повышаются. В течение некоторого времени происходят колебания между тем, кто кричит, пока наконец не начинают кричать оба.

Приведенная выше пара цепочек — просто один из возможных смоделированных споров, которые может породить наша модель вероятностного клеточного автомата. Многократно прогнав нашу модель, мы начнем представлять себе, какие она может выдавать результаты. Иногда оба начнут кричать раньше. Например так:

Айша: 00001110111111110110111111

Чарли: 00011111111111111101111110

Иногда оба начнут кричать позже, но зато потом весь разговор продолжится на повышенных тонах:

Айша: 000000010000011111111111111

Чарли: 000000000001111111111111111

Иногда нули и единицы будут чередоваться:

Айша: 00000000011011101100001110

Чарли: 00000011100111110000000011

Иногда оба будут сердиться, но ссора не произойдет:

Айша: 01000000001110100000000000

Чарли: 00000000000000011100010000

А иногда крики начнутся, но быстро сойдут на нет:

Айша: 0111111111110000100010000

Чарли: 00011111111101000001000000

Все эти ссоры возникают на основе одних и тех же заданных для взаимодействия Айши и Чарли правил, которые я привел выше, но исходы их различны.

Подход “кто первый начал” не является плодотворным при оценке смоделированных выше ссор. Иногда начинает Айша, иногда — Чарли. Иногда больше кричит Айша, иногда — Чарли. Но мы знаем (ведь мы сами задали эти правила), что Чарли и Айша одинаково реагируют друг на друга. Оба одинаково “заводят” друг друга. Неважно, какая именно ссора произошла между ними сейчас, важны лишь правила, лежащие в основе их взаимодействия.

Создав модель вероятностного клеточного автомата, мы изучаем последствия определенного набора правил. На базе полученных результатов мы можем выработать рекомендации для Айши и Чарли о том, как им улучшить общение. Чарли надо не пытаться записывать все, что ему не нравится в действиях Айши, а подумать, как ему улучшить свою реакцию. Представим, например, что Чарли заменил свои правила вот такими:

Никто не кричит	Айша кричит	Чарли кричит	Оба кричат
10%: 0	10%: 1	10%: 0	95%: 1
0 → 1	0 → 1	1 → 1	1 → 1

Согласно новым правилам Чарли старается в разговорах с Айшей никогда не повышать голоса, а если (ненароком) повышает его (что происходит в 10 % случаев), то старается немедленно перестать. Однако при этом Чарли понимает, что когда кричат оба, остановиться трудно и тут действует старое правило.

Вот пример дискуссии, смоделированной по этим новым правилам:

Айша: 00100001100000001111100000

Чарли: 00000010000000010000000000

В этой последовательности Чарли ошибается дважды, в результате чего Айша начинает кричать (Айша продолжает следовать старым правилам и с большой вероятностью отвечает криком на крик), но поскольку Чарли сумел сдержать себя и остановился, крупной ссоры удалось избежать. Такая стратегия не устранил все ссоры. Например, в случае

Айша: 00000111110000000111111011

Чарли: 00000000001000000111111111

Айша и Чарли оба стали кричать одновременно, и потом им было уже трудно остановиться. Но в целом споры, проходящие по этой новой модели, где Чарли старается не повышать голос на Айшу в ответ на ее повышение голоса, проходят более спокойно.

По сути, изменить мы можем только себя. Но если изменить свою реакцию на поведение окружающих, изменить правила, которые определяют твои действия, то изменятся и результаты ваших взаимодействий. Чарли стал меньше кричать, и Айша стала меньше кричать. Не потому, что Айша изменила свои правила, а потому, что Чарли стал давать ей меньше поводов для негативной реакции. Чарли изменил себя, и обоим стало лучше.

Если пара долго вместе, то, при желании изменить правила взаимодействия, оба могут заниматься улучшением совместно. Интегративная поведенческая терапия супружеских пар (ИПТП) — это как раз такая форма супружеской терапии. Два пионера ИПТП — Эндрю Кристенсен и Брайан Досс — описывают отношения как взаимодействия, в которые вступают между собой партнеры, и утверждают, что эти взаимодействия, в свою очередь, определяются характеристиками, вносимыми каждым из партнеров в каждую ситуацию. Это в точности соответствует нашему подходу с вероятностными клеточными автоматами: внимание переносится с результатов (споров и возникающих у пары проблем) на исходную информацию и правила, которыми мы руководствуемся.

Психотерапевт для начала выявляет различия в том, как партнеры справляются с конфликтами. Предположим, что в нашем примере Чарли — человек замкнутый и не любит говорить о чувствах, а Айша нуждается в одобрении и близости. Чарли обычно повышает голос в тех случаях, когда раздраженно комментирует повышенную требовательность Айши. Айша же чаще всего обвиняет Чарли в том, что он ее не слушает. Когда Айша жалуется на невнимательность Чарли, последний воспринимает это как подтверждение ее требовательности. В итоге он еще больше отталкивает Айшу и та чувствует себя еще более одинокой.

Неправы здесь оба, но чтобы прервать цепочку ссор, первый шаг достаточно сделать одному из них. Либо Чарли должен понять, что требовательность Айши объясняется тем, что она ценит их отношения, либо Айша должна осознать, что криком не может заставить Чарли слушать ее. Если один из них внесет изменение в свое поведение, то с течением времени оба заметят улучшения. И надо надеяться, что второй тоже увидит, что их предыдущие правила взаимодействия приводили к ссорам.

Стремясь улучшить собственные правила, надо честно задуматься о собственном поведении. Возможно, вы редко по-

вышааете голос, но зато делаете саркастические замечания или вздыхаете в ответ на чужие предложения. Не исключено, что, не реагируя на слова партнера или намеренно храня молчание, вы тоже демонстрируете недостаток эмпатии. Это может выражаться невербально: вы не проявляете участия, поднимаете брови или не смотрите в глаза собеседнику, которому как раз важно установить зрительный контакт. Проблема может быть в вашей манере спорить: например, вы часто меняете тему или стараетесь придать своему мнению оттенок рациональности, одновременно утверждая, будто собеседник чрезмерно эмоционален. А может, в ваших словах отсутствует логика и это лишает партнера возможности вести разумный диалог. Есть множество разных способов быть неудобным собеседником.

Ключ к улучшению взаимоотношений — выявление и обсуждение лежащих в их основе правил. Это совсем не то же самое, что подход “вот бы снова прокрутить запись разговора”, когда упор делается на результат, а вина — в худшем случае — возлагается на партнера. Наилучший способ улучшить общение с близким человеком — делать это вместе. Нужно найти способ совместно обсудить правила общения. Рассказать о том, какие реплики задевают вас, и выяснить, что именно задевает партнера.

Изменив ваше поведение, вы поможете и себе, и дорогому для вас человеку. Небольшое изменение в ваших правилах взаимодействия способно заметно повлиять на тех, кто вас окружает.

## Сверху вниз или снизу вверх

**В** определенном смысле великий проект Альфреда Лотки провалился.

Лотка так и не смог найти третий закон термодинамики для биологии. Опубликованная им в 1922 году книга была каталогом моделирования различных явлений с помощью химических реакций, но на пятистах ее страницах не было описания единого универсального подхода. Лотка считал, что третий закон обнаружится при наблюдении за тем, как работает естественный отбор в отношении кинетических реакций. Он полагал, что при некоторых химических взаимодействиях выделяется больше “энергии”, чем при других, и что именно эти реакции выживают и воспроизводятся. Но ему не удалось дать убедительное определение “энергии” взаимодействия. В биологии не было оснований для теории Лотки, и когда — десятки лет спустя — была открыта структура ДНК, оказалось трудно согласовать подлинные биологические строительные блоки, где за выживание борются между собой отдельные гены, с кинетикой, описанной Лоткой в терминах взаимодействия между химическими веществами, видами и популяциями.

В отличие от Фишера, который был недоволен степенью своего признания, Лотка соглашался довольствоваться малым. Он продолжал разрабатывать свои идеи вечерами, отдавая дневное время компании *Metropolitan Life Insurance Company*.

Там он изобретал новые методы измерения демографических изменений, прогнозирования ожидаемой продолжительности жизни и определения размеров страховых премий. Он развивал теорию страхования и в 1942-м стал президентом Американской статистической ассоциации. Коллеги уважали Лотку не столько за гипотетическую гениальность, сколько за профессионализм.

Оглядываясь на сто лет назад, мы заключаем, что, хотя великого единого “третьего закона” и не существует, подход Лотки — интерактивный и циклический — можно считать успехом. Современные ученые используют разные подходы, когда обсуждают мышление класса I и класса II. Мышление класса I иногда называют рассмотрением сверху вниз. При таком подходе начинают с теории, а потом оценивают, насколько хорошо эта теория объясняет данные: ведет ли курение к раку? Вызывает ли увеличение продолжительности жизни рост удовлетворенности? Мышление класса II соответствует, скорее, направлению снизу вверх. При этом подходе сначала наблюдают за видимым устройством мира (лисы едят кроликов; пары иногда ссорятся; для того чтобы возникла мода на здоровый образ жизни, нужны два человека; мы влияем на политические взгляды друг друга), а потом обобщают эти наблюдения до набора правил и выводят из него следствия, на основе которых и строится теория. Мы начинаем не с облака точек, полученных в ходе опроса, как при статистическом изучении здоровья или удовлетворенности, а с попытки понять суть системы: как она работает, из каких основных частей состоит, как они взаимодействуют и когда дают сбой. На основании этого мы делаем прогнозы: циклы хищник-жертва, периодичность ссор, переломные моменты в моде на бороды и занятия спортом, политическая поляризация. А после выработки подобных прогнозов тестируем их на данных из реального мира.

Я обнаружил, что люди очень по-разному воспринимают рассуждения подобного рода. Многие полагают, что мыш-

ление класса I — статистическое, при котором мы начинаем с построения графиков данных и измерения показателей здоровья и удовлетворенности или выявления курящих и некурящих среди раковых больных, — более объективно и потому лучше. Мир, несомненно, нельзя понять без данных, и при этом, как учил нас молодой Фишер, некоторые способы измерения мира лучше других. Но урок, который мы усвоили на примере зрелого Фишера, заключается в том, что на числа невозможно смотреть беспристрастно. В любой вопрос мы вносим субъективность: какие данные включать в график, а какие игнорировать.

Вот почему нам нужно и мышление класса II, интерактивное мышление. Мы должны иметь возможность начать с собственных рассуждений и, отталкиваясь от них, проводить логические построения вперед и вверх. Именно такой путь я зачастую выбираю для решения как научных, так и личных проблем. Если мне кажется, что я понял проблему, исходя из имеющихся у меня знаний, я делаю конкретные прогнозы и проверяю их с помощью сбора и изучения данных.

Ни мышление класса I, ни мышление класса II не бывает всегда верным или всегда неверным. Их нужно сочетать.

И это все? Можем ли мы, чередуя подходы сверху вниз и снизу вверх, решить любую задачу? Или, если не можем решить любую, то, по крайней мере, обеспечивают ли они наилучший подход к проблемам?

Отчасти да. Эти методы очень полезны, но прежде чем мы сможем полагаться на них с уверенностью, нам нужно разобратся с одной весьма трудной проблемой...





## **КЛАСС III: хаотическое мышление**



## Всегда знать следующий шаг

**М**аргарет ненавидела ошибаться. Большинство ее однокурсников-математиков (все они были юношами) старательно запоминали каждую строчку приводимого на доске доказательства. Но Маргарет — уже вскоре после начала занятий — поняла, что это пустая трата времени, заметив, что сама профессор Флоренс Лонг, у которой она училась в колледже Эрлхам (штат Индиана) во второй половине 1950-х, никогда не полагается на свою память. Профессор выводила каждую строчку доказательства из предыдущей, как будто видела ее впервые, демонстрируя, что строгие математические рассуждения неизбежно приводят к одним и тем же логическим выводам.

Вот почему профессор Лонг никогда не ошибалась, думала Маргарет. Когда воспроизводишь результаты по памяти, всегда можно сделать ошибку. На такие результаты нельзя полагаться, потому что их части могут быть не согласованы. Если ты просто запомнил этапы рассуждения, они не всегда будут следовать один из другого. Но если одно вытекает из другого логически, ошибки невозможны. Она шутила, говоря мальчикам, что можно лениться (и не запоминать доказательство) и при этом никогда не делать ошибок. Именно это ей нравилось в математике: зная логику рассуждений, ты всегда владеешь ситуацией.

Профессор Лонг приглашала Маргарет и других студентов к себе в гости на сэндвичи с огурцами. У нее они чув-

ствовали себя как дома, им нравилось проводить время вместе, разговаривать, узнавать новое. Маргарет хотела быть похожей на профессора Лонг. Теплой и радушной. Умной и вдохновляющей. Четкой и точной. И никогда не ошибающейся.

Маргарет всегда выполняла задуманное. Подростком она устроилась туроператором на заброшенный медный рудник. Под ее руководством за лето объем экскурсий вырос с нескольких семейных визитов в неделю до тысячи посетителей в день. Шестнадцатилетняя Маргарет начала с того, что набрала группу экскурсоводов и открыла магазин медных украшений; ну, а учась в университете, она уже руководила созданным на базе медного рудника предприятием (летом штат сотрудников превышал сотню человек). Владелец предприятия свалил все дела на нее, предпочитая разъезжать по округе на роскошных автомобилях (у него их была целая коллекция). Маргарет назначила себе такую же зарплату, как и другим сотрудникам, поэтому по вечерам еще подрабатывала официанткой и телефонисткой, продолжая учебу и став лучшей на курсе.

Маргарет хотела получить степень *PhD* по математике. Но в 1958 году она вышла замуж (сменив фамилию Хифилд на Гамильтон), а ее мужа приняли на юридический факультет Гарварда. В 1959-м она согласилась (не очень охотно) отложить на время свои мечты о продолжении учебы и переехать в Бостон, чтобы найти там работу, которая давала бы средства на учебу мужа и на содержание родившейся у них малышки.

В первый же день на новом рабочем месте Маргарет Гамильтон снова вспомнила о профессоре Лонг. Она увидела, что ее начальник профессор Эдвард Лоренц — математик, трудившийся в отделе метрологии бостонского МТИ, — такой же энтузиаст, как и ее любимая наставница. Открыв перед Маргарет дверь кабинета, он продемонстрировал ей свою радость и гордость — вычислительную машину *Librascope General Purpose* (LGP-30). Это устройство, объявил он, может вычислить что угодно.

Профессор Лоренц поделился с Маргарет своей надеждой: такие машины помогут исследователям прогнозировать погоду. Она же отнеслась к этому устройству, как к одной из самых удивительных вещей в мире. Маргарет и раньше видела калькуляторы, но это было изобретение другого уровня. Оно дарило идеал — возможность безграничных логических вычислений. Достаточно было ввести в устройство перфоленту, где с помощью отверстий были закодированы команды, и оно безошибочно выполняло все логические шаги. В точности, как профессор Лонг, когда та излагает математические доказательства, думала Гамильтон.

И теперь LGR-30 поступил в ее распоряжение. Никто из аспирантов Лоренца понятия не имел, как эта машина работает. Лоренц рассказал Маргарет все, что знал, вручил ей руководство пользователя и велел разбираться.

Она принялась за учебу. В рабочее время Гамильтон программировала прогнозы погоды, а по вечерам шла в компьютерные залы МТИ. Там она общалась с людьми, называвшими себя хакерами. Все они были опять-таки мужчинами и не имели привычки обращаться с женщинами как с равными. Девчонки, полагали они, нужны для приятного времяпрепровождения. Сначала они отпускали обычные сексистские шуточки, не обращая внимания на ее присутствие и считая ее “своим парнем”. Но Гамильтон установила иные правила общения: она — программист и при этом молодая мать. По вечерам она брала дочку с собой в лабораторию и работала, держа ее на коленях. Она демонстрировала коллегам, что логичный и структурированный подход к служебным обязанностям не помеха тому, чтобы оставаться искренним и тактичным человеком. И постепенно атмосфера в лаборатории смягчилась. Хакеры даже начали по очереди играть с ее дочкой, изучая, как влияют на работу их программ случайные данные, которые вводил ребенок.

То, что Маргарет Гамильтон — талантливый программист, все поняли сразу, но настоящий шанс проявить себя появился

у Маргарет, когда всех мужчин отправили в другой город на обязательные курсы повышения квалификации. По семейным обстоятельствам она не могла поехать с ними, поэтому осталась в Бостоне... и быстро сообразила, что теперь, когда все они в отъезде, в ее распоряжении оказались значительные вычислительные мощности. Предполагалось, что по возвращении с курсов программисты смогут решить более сложные задачи, возникшие в вычислительных лабораториях МТИ. Но когда, две недели спустя, мужчины вернулись, оказалось, что Гамильтон за это время не только выучила больше, чем они, но и выполнила большую часть тех заданий, которые им предстояло решить после прохождения курса!

Пока остальные зазубривали руководство пользователя, Гамильтон думала о решении задач. Учась в университете математике, она — прежде чем переходить к сложным доказательствам — сначала разбиралась, как из одного утверждения следует другое. Точно так же теперь она сосредоточилась на внутренней логике программирования. Именно поэтому она быстро осваивала новые методы: для Маргарет Гамильтон каждая новая техника опиралась на предыдущую. Иные часто пытались произвести впечатление на окружающих, составляя сложные программные коды, которые никто не мог понять. Однако хотя мост, без всякого плана наскоро сколоченный из досок, и поможет вам перебраться через реку, он не долговечен. У Маргарет Гамильтон был другой подход. Для решения поставленных профессором Лоренцем задач она опиралась на логическую строгость профессора Лонг. Училась создавать программы как инженер — разработчик программного обеспечения.

## Курс на стабильность

**Д**жон считает важной частью своей работы возвращение людей на прежний курс. Подбодрить нужным словом в нужный момент. Предупредить о том, куда свернул проект. Вовремя положить руку на плечо. Послать четко сформулированный мейл. Или даже опрокинуть вместе стаканчик после работы. У Джона превосходный “набор инструментов” на все случаи жизни. И его начальник, заметив это, наделяет его повышенными полномочиями в проектах компании.

Бекки считает подход Джона циничным. “Нельзя обращаться с людьми так, будто они радиоуправляемые лодки и ими можно рулить”, — говорит она.

Но Джон защищает принципы, которыми руководствуется. Он рационален. То, что он делает, логично. И чаще всего это работает.

В его представлении люди похожи не столько на лодки, сколько на баскетбольные мячи. Его коллеги периодически “отскакивают” в сторону, но у них есть естественная точка покоя. В этой точке, считает Джон, они продуктивны и сбалансированы. Когда они “отскакивают” в неправильном направлении, он просто должен вернуть их в эту стабильную точку.

Представления Джона показаны на рисунке 10. Его задача — перевести мяч в нижнюю точку впадины, в точку, помеченную словом “Цель”. Для этого он слегка подталкивает



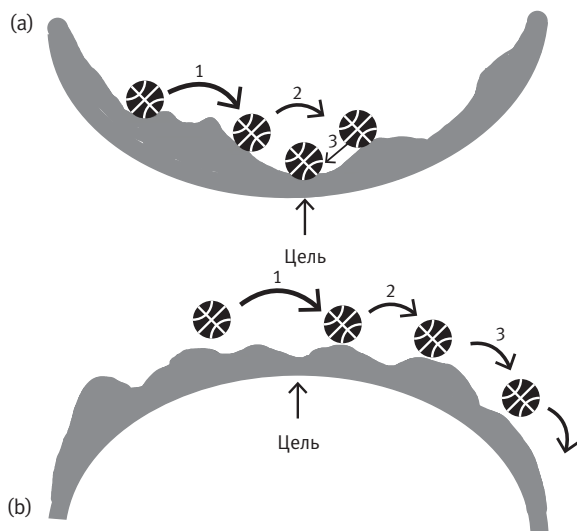


Рис. 10. Что происходит, когда мы отбиваем баскетбольный мяч на (а) стабильной поверхности; и (б) на нестабильной.

мяч в нужном направлении. Баскетбольные мячи постоянно отскакивают, поэтому, хотя он и подтолкнул мяч в нужном направлении, после отскока мяч может проскочить цель. Это показано на рисунке 10 (а): на втором подскоке происходит перелет. Но поскольку цель расположена во впадине, то после третьего отскока мяч скатывается назад в нужном направлении, попадает в цель и переходит в состояние покоя. Небольшой толчок передвинул мяч в нужное место.

Если в какой-то момент мы заметим, что мяч застрял в неправильной точке, мы можем просто поднять его и бросить. При этом есть вероятность, что он окажется на дне впадины. Если это не получится с первого раза, потому что он застрянет в одной из боковых выбоин, вторым броском мы можем переместить мяч туда, куда хотим.

Стабильность — это свойство поверхности, а не следствие постоянных толчков. Поэтому стратегия Джона и рабо-

тает. Он полагает, что знает, чего хотят достичь коллеги. Ему просто нужно их подтолкнуть, чтобы они оказались в самом лучшем для себя положении.

Джон применяет интерактивное мышление, чтобы добиться стабильности в окружающем его на работе мире. Мы уже видели несколько примеров подобного подхода. Дженнифер ввела моду на занятия фитнесом, подталкивая своих друзей из одного стабильного состояния (лежебоки) в другое (спортивные друзья). Когда Айша и Чарли спорили, они переходили от спокойного разговора к разговору на повышенных тонах и обратно. Подумав о том, как они реагируют друг на друга, они нашли стабильный способ взаимодействия, без ссор.

Видели мы и подход к периодическим циклам в рамках мышления класса II. Популяция лис не достигает стабильного состояния — лисы сокращают популяцию кроликов, что приводит к сокращению популяции лис. Такие циклы — часть любых перемен в обществе: от всплесков популярности пород собак и имен для младенцев до экономических спадов и подъемов.

Если бы окружающий мир состоял только из стабильных состояний и циклов, мы могли бы его полностью контролировать. Подумайте, к примеру, об американском обществе 1950-х — времени, когда подрастала Маргарет Гамильтон. В это время Средний Запад США формировался под влиянием инженеров. Аккуратные ряды пригородных домов, массовое производство семейных автомобилей, жужжание кухонной бытовой техники, стук барабанов стиральных машин и вращение электрических проигрывателей.

В основе каждой из этих технологий лежит строго контролируемая регулярность. Конструктор электропроигрывателя поддерживает постоянную скорость вращения пластинки. Автомобилестроитель сглаживает тряску, вызванную дорожными выбоинами. Изготовитель радиоприемников усиливает сигнал радиовещания. В каждом из этих случаев инженер 1950-х стремится сделать мир более предсказуемым и стабильным.

Именно такое представление об Америке 1950-х лежит в основе фильма “Шоу Трумана”. Персонаж Джима Керри — Труман Бёрбанк — уверен, что живет счастливой семейной жизнью в послевоенном мире, в блаженном неведении о том, что на самом деле его окружает тщательно продуманный телесериал. Воображая себя героем собственной истории, он думает, что именно его действия обеспечивают его семье стабильность и безопасность типичной американской жизни.

Проблема с изображением Америки 1950-х в “Шоу Трумана” в том, что реальный мир не всегда соответствует стабильности жизни в пригороде и периодичности вращения грампластинки. Телекомпания из этого фильма не может вечно удерживать историю жизни Трумана Бёрбанка на плаву. Стоит главному персонажу выскочить за границы своего мирка 1950-х, и компания уже не в состоянии обслуживать фейковую реальность. Возникает хаос.

Это же относится и к баскетбольному представлению Джона о работе. Не только Бекки видит, как он манипулирует окружающими. У коллег Джона возникает подозрение, постепенно перерастающее в уверенность, что он начинает злоупотреблять своим методом в собственных интересах, чтобы выставить себя в лучшем свете или чтобы заставить всех работать по его плану. В результате обстановка вокруг него меняется. Коллеги перестают к нему прислушиваться. Устойчивая впадина кооперации превращается в неустойчивый холм. Мяч с трудом балансирует на вершине, и любой толчок отправит его в полет в непредсказуемом направлении (см. рис. 10b). Джон теряет контроль.

Изучая новый вид мышления, мы задаемся новым вопросом: как возникает хаос и что нужно делать, чтобы с ним справиться?

## “Эль Фароль”

**М**ы с Алексом, австрийским химиком, стояли в баре. Бар был набит битком, как это бывает и в английских пабах, поэтому я чувствовал себя как дома. Это было место, где тебя никто не заметит; где можно стоять и наблюдать за круговоротом толпы, и он тебя не подавляет.

— Я видел вас с Эстер, — сказал Алекс, улыбаясь. — Вы сидели близко друг к другу, она программировала, а ты пытался делать вид, что во всем разбираешься.

— Я знаю, что ты хочешь сделать, — продолжал он. — Но ты действуешь неправильно. Есть гораздо более простой способ.

— Какой? — спросил я, не вполне понимая, о чем он.

— Приглядишься, — откликнулся Алекс. — Вот же он, прямо перед тобой. В толпе.

Он смотрел на наших знакомых — они танцевали. Эстер, Мадлен и Замия, воодушевленные Антонио, полностью отдались танцу. Даже Руперт и Макс покачивались из стороны в сторону. Но я по-прежнему не понимал, какая связь между набитым потными, танцующими студентами питейным заведением и нашим с Эстер программированием.

— Ты слышал про задачу бара “Эль Фароль”? — спросил Алекс.

Про задачу я не слышал, но знал, что так называется бар, в котором мы находились. Бар, в который Крис посоветовал

нам с Эстер пойти. Крис отправил нас сюда не просто так, объяснил Алекс. Ведь здесь можно узнать кое-что важное о стабильности и хаосе.

Я все еще ничего не понимал, но задать свой вопрос не успел: Алекс указал мне на танцующих. Они вскинули руки вверх — музыка играла все быстрее.

— Это небольшой бар. — Алекс возвысил голос, чтобы перекричать музыку. — На его танцполе умещается всего около пятидесяти человек. Поэтому если в пятницу в бар приходит не более сорока человек, они прекрасно проводят время.

А теперь, продолжал Алекс, представь, что через неделю, поскольку им тут понравилось, каждый из них приведет с собой друга и людей в баре окажется в два раза больше. Но если пришло восемьдесят человек, то танцпол вместит не всех. И получится вот что: первые пятьдесят начнут танцевать. Прекрасно. Им повезло. Каждый из остальных попытается занять место, которое уже кем-то занято. Между этими тридцатью парами людей, пытающихся танцевать одновременно на одном и том же пятачке, возникнут споры. В итоге на следующей неделе все эти шестьдесят человек решат сюда не приходить. А те, кому удалось потанцевать в свое удовольствие, опять пригласят с собой друзей.

Первый вопрос Алекса был: сколько посетителей придет в бар через неделю, через две и через три? Второй вопрос: на сколько человек должен рассчитывать бар еженедельно в долгосрочной перспективе?

Хотя мои мыслительные способности были несколько ослаблены шумом и выпитым пивом, казалось очевидным, что при начальных двенадцати посетителях через неделю в бар придет двадцать четыре. А вот что будет, если изначально придет более пятидесяти, понять было труднее. Я задумался над примером Алекса: в баре восемьдесят посетителей. Из тех пятидесяти, кто исходно выйдет на танцплощадку, тридцать вступят в споры с теми, кто подтянется позже. В итоге только двадцать человек (50–30) проведут ве-

чер хорошо. И если в следующий раз каждый приведет друга, то придут сорок человек.

Я изложил свои соображения Алексу.

“Именно”, — откликнулся он.

Количество тех, кто придет в следующий раз, определяется так: если посетителей меньше пятидесяти, то на следующей неделе их будет вдвое больше. Например, при двенадцати в этот раз в следующий раз придут двадцать четыре. Если же их больше пятидесяти, то число “лишних” посетителей, которые вступят в споры, равно общему числу посетителей минус пятьдесят тех, кто пришел первым. Так что в приведенном выше примере с восьмьюдесятью посетителями лишних окажется  $80 - 50 = 30$ . Потом вы вычитаем их из тех пятидесяти, которые пришли первыми:  $50 - 30 = 20$ . Вычисление можно упростить, заметив, что  $50 - (80 - 50) = 100 - 80$ . Поэтому, если мы вычтем из сотни (максимально возможное число посетителей) реальное число посетителей и результат удвоим, то получится число посетителей на следующей неделе. В нашем примере  $100 - 80 = 20$ ; умножая на два, получаем, что на следующей неделе придут сорок человек.

Теперь я задумался над вторым вопросом Алекса — о том, сколько людей придет в бар в долгосрочной перспективе.

— Я бы предположил, что число посетителей стабилизируется на пятидесяти, — сказал я.

Это казалось очевидным. Если посетителей меньше пятидесяти, то в следующий раз число возрастает. Если больше — уменьшается. Получается что-то вроде проблемы спроса и предложения, которую Руперт высмеял бы как тривиальную: рынок достигнет равновесия между числом посетителей и количеством места на танцполе. Я высказал свое предположение Алексу, но он только улыбнулся.

Я угодил в его ловушку.

Подумай, что будет, предложил Алекс, если в бар придут сорок девять человек. Они прекрасно проведут вечер и в следующую пятницу придут снова, каждый с другом. Теперь по-

сетителей девяносто восемь, из которых только двоим не надо будет спорить за место на танцполе. Поэтому в следующий раз придут всего четверо! Это экстремальный пример — изменение с девяноста восьми до четырех, но почти такие же скачки периодически могут происходить при почти любом исходном количестве посетителей.

— Ты видишь, — сказал Алекс, — что равновесия достичь не удастся: числа так и будут скакать то вверх, то вниз.

— Ага, — отозвался я, думая, что теперь-то во всем разобрался. — Получается похоже на модель хищник-жертва, да? Количество посетителей колеблется вокруг пятидесяти.

Алекс улыбнулся еще шире. “Нет. И это не так! Тут все гораздо интереснее”. Это, объяснил он, начальная точка хаоса. Как бы мы ни старались, мы не сможем предсказать, сколько человек придет в бар через несколько месяцев, потому что даже маленькая ошибка в начальных измерениях приведет к огромной ошибке в прогнозах.

— Вот почему экономисты вроде нашего друга, — кивнул Алекс на Руперта, — ничего не понимают. И почему лекции Паркера пока что лишь приоткрыли истину. И почему вычисления, вроде ваших с Мадлен вычислений про муравьев, позволяют сделать лишь небольшой шагок в сторону истины. Жизненные реакции порой приводят к стабильным состояниям или к циклам, но иной раз они говорят совсем о другом. О том, что жизнь неуправляема. Что угадать будущее невозможно. Что мы не можем отвечать за свои поступки, потому что просто не знаем их последствий.

Алекс сказал, что заданный Крисом вопрос о хаосе — это лишь начало.

— Но хватит болтать, — говорит он, допивая стакан. — Сейчас моя непредсказуемая хаотическая логика подсказывает мне, что если не общаться с местными, то ничего не узнаешь.

С этими словами он взял меня за руку и подвел к двум девушкам, сидевшим в другом конце бара. Он приветствовал их широкой улыбкой и представился:

— Привет. Я — Алекс, и я приехал из Вены. А это мой друг Дэвид из английского Манчестера. Поскольку мы оба не местные, а жители двух прекраснейших городов Европы, то можно мы к вам присоединимся? Мы проводим одно исследование. Вы часто сюда приходите? Здесь всегда такой хаос, как сегодня?



## Шоколадный хаос

**В** задаче Алекса о баре со стороны посетителей “Эль Фароля” наблюдается своего рода саморегуляция. Если их число меньше пятидесяти, то оно растет (за счет положительных отзывов). Если их число больше пятидесяти — уменьшается (саморегуляция). Аналогичная идея регуляции или контролирования лежит в основе обращения Джона с коллегами, как с баскетбольными мячами: каждый толчок сдвигает мяч к середине. В случае Джона такие небольшие толчки ведут к стабильности. А в баре, по словам Алекса (которым он в разговоре со мной не дал строгого обоснования), в результате регуляции (вверх-вниз) числа посетителей возникает не стабильность, а хаос. Это утверждение мы сейчас и будем исследовать.

Но прежде рассмотрим еще один пример регуляции: несколько месяцев из жизни сладкоежки Ричарда. С тех пор как Ричарду перевалило за тридцать, он ежегодно прибавляет пару килограммов. Он знает, что ест слишком много сладкого, и чувствует, что это начинает сказываться на его здоровье, но не может взять ситуацию под контроль.

Дело происходит примерно так. Ричард решает положить разумный предел поеданию пирожных, выпечки и десертов: раз в неделю, то есть четыре раза в месяц. Какое-то время он это решение выполняет, но потом кто-то приносит на работу торт, а в гостях у друга на стол ставят нечто, от чего невоз-

можно отказаться. Нарушив правила однажды, Ричард все чаще поддается искушению, съедая сладкую булочку по дороге на работу или покупая детям (и себе) чизкейк во вторник вечером. Вскоре он начинает давать себе послабления каждый день, а потом — и дважды в день. Через полгода оказывается, что он ест сладкое два-три раза в день: булочку с утренним кофе, пирожное или кекс в обед и большой десерт за семейным ужином.

Ричарда понесло, и он не может остановиться; но однажды утром он просыпается со вздутым животом, а встав на весы, понимает, что этому пора положить конец. Он решает, что будет съедать одно пирожное в месяц по специальным случаям, например, на дне рождения родственника. Старается перейти от почти сотни к одному разу в месяц.

Какое-то время Ричард чувствует себя гораздо лучше. Однако вскоре он думает, что хорошо бы есть сладкое хотя бы раз в две недели. А потом говорит себе, что теперь, когда он усвоил урок, неплохо было бы вернуться к одному разу в неделю. В этом же нет ничего страшного, правда?

Все мы знаем свои слабости, знаем, что нам надо делать пореже (кому-то — есть шоколад, а кому-то — пить виски), но, получая от этого действия удовольствие, повторяем его все чаще. Это позитивный отклик — позитивный не в том смысле, что он приносит нам пользу, а в том, что чем чаще мы что-то делаем, тем больше стремимся это повторить. Одно разрешение в месяц удваивается, превращаясь в два раза в месяц; два раза — в четыре; и вот в одно “прекрасное” утро мы с ужасом понимаем, что у нас возникла зависимость. Обратным к позитивному отклику является регулятивный. Он возникает, когда мы неожиданно решаем сократить потребление.

Чтобы помочь Ричарду (и самим себе), рассмотрим математическое правило, лежащее в основе данного Алексом описания “Эль Фароля” и поглощения Ричардом сладкого.

Начнем с выбора числа от нуля до девяноста девяти.

Если это число меньше пятидесяти, мы его удвоим. А если больше, вычтем его из ста и удвоим результат. Например, если вы взяли сорок пять, то получите девяносто. Если восемьдесят, получите  $2 \times (100 - 80) = 40$ . Именно это правило описывал мне Алекс в баре.

Посмотрим теперь, что получится, если взять два близких числа и применить это правило к ним. Начав с 13, мы получим следующую последовательность:

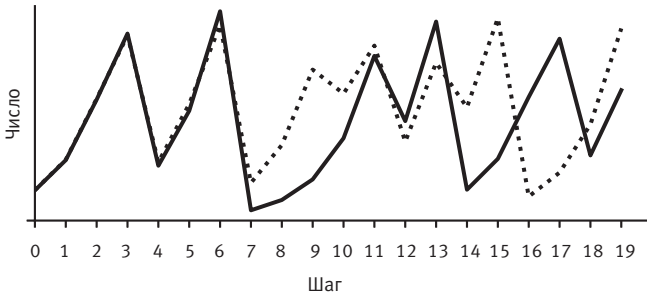
13, 26, 52, 96, 8, 16, 32, 64

А начав с 14, получим:

14, 28, 56, 88, 24, 48, 96, 8

Эти две последовательности кончаются очень разными числами. Начав с 13, мы получили 64, а с 14 — 8. Налицо чувствительность к исходным условиям: начальное значение сильно влияет на прогноз динамики. Начальная разница в единицу через семь шагов дает разницу в  $64 - 8 = 56$ .

Именно эта маленькая начальная разница — верный признак того, что математики называют хаосом. Строго говоря, приведенные выше последовательности не являются хаотическими, поскольку обе в итоге содержат одну и ту же последовательность (8, 16, 32, 64, 72, 56, 88, 24, 48, 96, 8, 16...), а вот правило, которое мы применили, — хаотическое. Чтобы понять, почему это так, посмотрите на график на рисунке 11, на котором показано, что происходит, если начать с десятичного числа 14,1 (сплошная линия) и 14,2 (пунктирная линия). Сначала разница между последовательностями очень мала: пунктир, лежащий над сплошной линией, почти незаметен. Но к шагу 9 она становится заметной: сплошная линия принимает значение 19,2, а пунктирная — 70,4. Дальше прямые короткое время снова идут рядом, но после шага 14 резко расходятся.



**Рис. 11.** Две последовательности чисел, порожденные описанным в тексте правилом. Последовательности, начинающиеся с 14,1 (сплошная линия) и с 14,2 (пунктирная), быстро расходятся.

Непредсказуемость результата не объясняется какими-то случайными внешними различиями. Очень небольшое начальное различие (в данном случае 0,1) быстро растет, так что после шага 20 по сути нет связи между текущим значением и начальным. Если бы я выбрал в качестве начальных значений 14,01 и 14,02, то значения стали бы различны примерно через 20 шагов. А если взять 14,001 и 14,002, то различия проявились бы после 25-го шага.

Представим теперь, что последовательность чисел, начинающаяся с тринадцати, отражает потребление Ричардом сладкого. В описанной ранее истории Ричард каждый месяц его удваивал. Он начинал с тринадцати раз в месяц, потом стало — двадцать шесть, потом — пятьдесят два. Когда он осознает, что ест сладкое больше пятидесяти раз в месяц, он делает небольшую поправку, переставая удваивать потребление, и в следующий месяц переходит от пятидесяти двух (примерно два раза в день) к девяноста шести. И тут он наконец понимает, что нужно радикальное снижение. В этот момент он возвращает старое ограничение: восемь раз в месяц (два раза в неделю). Заметим, что у Ричарда степень снижения зависит от его уровня потребления. При пятидесяти двух он перестает удваивать потребление, но реальное снижение происходит только при девяноста шести.

Теперь рассмотрим альтернативный вариант развития событий: предположим, что в январе Ричард ел сладкое не тринадцать раз, а четырнадцать. В остальном схема не меняется: он увеличивает потребление до тех пор, пока не чувствует, что потерял контроль, а тогда резко снижает. В первом случае в августе он съест шестьдесят четыре куска торта (через семь месяцев или семь шагов последовательности). Во втором случае — всего восемь. Один лишний кусок, съеденный в гостях в январе, сильно меняет ситуацию в августе.

Ричарду кажется, что он ведет себя относительно логично. Он знает, что поддается соблазну, но когда дело заходит слишком далеко, резко останавливается и садится на диету. В этом нет ничего особенно странного. Но друзьям его поведение кажется абсолютно произвольным. В одно лето он водит их в кафе каждый день, а следующим летом отказывается даже от шарика мороженого. Он погряз в хаотическом потреблении сладкого.

У истории Алекса про бар, истории про потребление Ричардом сладкого и последовательностей чисел есть три общих ключевых момента: позитивный отклик, регулятивный (или негативный) отклик и небольшие изменения. В задаче с баром позитивный отклик — то, что люди рекомендуют друг другу этот бар. Регулятивный отклик возникает, когда бар оказывается переполненным и в следующий раз в него приходит меньше посетителей. Небольшие изменения происходят за счет небольшого колебания в исходном числе посетителей. Для Ричарда позитивный отклик — то удовольствие, которое он получает от сладкого и которое побуждает его увеличивать потребление. Регулятивный отклик — резкое снижение потребления, когда Ричард ест слишком много сладкого. Небольшое изменение — это лишний кусок торта, съеденный в январе. Для последовательности чисел позитивный отклик — удвоение, регулятивный отклик — понижающая коррекция, когда число превосходит пятьдесят, а маленькое изменение — разница в 1, 0,1 или даже 0,001.

Хоть мы не ожидаем, что потребление Ричардом сладкого будет в точности соответствовать числам порожденной правилом последовательности (как и Алекс не думает, что число посетителей бара будет в точности следовать правилам, которые он описал), но в принципе наше потребление и то, как мы потом резко одергиваем себя, включает те же три элемента: позитивный отклик, регулятивный (или негативный) отклик и небольшие изменения. На самом деле хаос, который мы наблюдали на рисунке 11, не зависит от конкретных правил. Математики обнаружили чувствительность к начальным условиям для широкого спектра правил, при которых маленькие числа увеличиваются, а большие — уменьшаются. Если за позитивным откликом следует резкое ограничение, всегда возможно возникновение хаоса.

Удивительно, что хаос порождают именно наши попытки регулировать свое поведение. Все мы попадаем в эту ловушку: решаем неделю не пользоваться соцсетями, месяц совершенно не пить спиртного или начать заниматься бегом (и тут же несемся по парку на полной скорости). Все эти экстремальные решения — формы регуляции или контроля. Как раз такой контроль и ведет к хаосу.

Осознав, что регулирование способно привести к хаосу, можно найти другие способы восстановления стабильности. Когда мы думаем о чрезмерном потакании собственным слабостям, то часто делаем упор на позитивном отклике: на том, что за одним послаблением последует другое, и так далее. Но это труднее всего поддается регулированию, потому что тут мы боремся со своей врожденной склонностью терять контроль в погоне за удовольствием.

Лучше — сначала стабилизировать ситуацию, а потом медленно, постепенно отказываться от нежелательного поведения. В случае Ричарда его текущий хаотический режим привел к среднему потреблению сладкого пятьдесят раз в месяц. Если бы он мог постепенно снизить потребление, к примеру, до одного раза в день (тридцати раз в месяц), это уже было бы

лучше, да и поддерживать такой режим было бы легче. Достичь одного послабления в день вполне реально. Каждое утро Ричард выбирает, когда он сможет съесть сладкое: по дороге на работу, днем за чаем, вечером в домашнем кругу или даже ночью, когда все спят. Но он заранее решает, что это будет всего один, заранее выбранный момент. Постепенные, запланированные изменения срабатывают там, где не приводят к успеху решительные перемены.

Не так просто понять, какие особенности вашего поведения вызывают хаос. Когда мы решаемся на серьезную перемену — выкинуть из шкафа старую одежду, изменить режим спортивных занятий, отказаться от алкоголя, завести новых друзей, избегать определенных людей, привести в порядок письменный стол или по-новому организовать свою работу, — мы стремимся снова взять свою жизнь под контроль. Эти решения кажутся нам разумными с точки зрения сложившейся в настоящий момент жизненной ситуации, но уже через полгода оказывается, что мы ведем себя совершенно не так, как ожидали.

## Ошибка

**М**аргарет Гамильтон считала, что самые лучшие программисты устраняют ошибки до того, как те случаются. Гамильтон программировала прямо в двоичных кодах. Коды отображались с помощью отверстий в перфоленте, которая вводилась в вычислительное устройство LGP-30. Не было ничего хуже, чем сделать ошибку в программе. Тогда Маргарет, сидя на полу вычислительного центра, добавляла в перфоленту недостающие пробивки, а лишние заклеивала. Когда она начала программировать, ее преследовали опасения, что эти манипуляции — она называла это хакерством — не устранят исходную ошибку. Нет, думала она, ошибок нужно всеми силами избегать.

Однажды в три часа ночи, на дружеской вечеринке, Маргарет вдруг сообразила, что компьютер уже закончил вычисления и теперь простаивает. Она немедленно отправилась в кабинет Лоренца и снова запустила программу прогнозирования погоды. Придя на следующий день на работу, Лоренц понял, что Маргарет заходила к нему ранним утром, и спросил, зачем она это сделала. Гамильтон ответила, что была попросту вынуждена так поступить. Для нее этот шаг был очевидным. Она не хотела терять попусту ни минуты машинного времени.

Со временем LGP-30 подчинился ей. Она отдавала ему команды, и он их выполнял. И потому сделанное вскоре от-



крытие оказалось особенно удивительным и не только принесло известность Эдварду Лоренцу, но и коренным образом изменило представления Гамильтон о программировании.

Все началось с выполненного Гамильтон моделирования погоды с помощью дюжины атмосферных уравнений. Они с Лоренцем прогнали ее программу и распечатали на принтере результаты изменения переменных с течением времени. Но когда на следующий день они повторили прогон с теми же самыми стартовыми значениями, взятыми прямо из этой распечатки, результаты оказались совершенно иными. Оба ученых были поражены. Как такое могло случиться?

Сначала Гамильтон подумала, что причиной стала ошибка в кодах, но найти ее не смогла. Стремление Маргарет предотвратить ошибки, ее тщательность делали такое объяснение маловероятным, но она знала, что полностью исключить случайность невозможно. Снова и снова проглядывала она программу, которую вводила в машину, пытаясь понять, что пошло не так.

И тут Лоренц и Гамильтон заметили, что программный код был рассчитан на ввод данных с точностью до шести знаков после запятой, а принтер выдавал на печать только три. Поэтому во второй раз они ввели не те числа, что в первый, и разница в четвертом знаке после запятой оказала серьезное влияние на результат. При почти идентичных начальных значениях прогнозы оказались совершенно различными. Ввод числа 14,956 привел к результату, совершенно отличному от результата, полученного при вводе числа 14,956181.

Позже Эдвард Лоренц сравнивал этот эффект с взмахом крыльев чайки: четвертый знак после запятой был птицей, и малейшее движение ее крыльев существенно влияло на погоду (точнее, на модель погоды).

Маргарет Гамильтон интересовала не столько важность ее моделирования для прогнозов погоды, сколько природа самой ошибки. Небольшое изменение входных данных влекло за собой значительное изменение результатов. Со времен своих за-

нений у профессора Лонг она привыкла считать вычисления логичными и безошибочными. А тут в ее программе не было никаких ошибок, однако же возникало неожиданное различие.

Лоренц восторгался своей коллегой. Он утверждал, что смог понять проблему и обнаружить чайку хаоса в четвертом знаке после запятой, только потому, что абсолютно доверял программистскому мастерству Маргарет. Единственной причиной ошибки могли быть лишь входные данные.

Это слабо утешало Гамильтон, которая ощущала почти физическую боль, когда что-то шло не так. Теперь она знала, что в будущем ей нужно быть еще внимательнее. Она возлагала на программирование огромные надежды, и ее планы требовали большей точности. Подобные ошибки, пусть даже и не ее, не должны были повториться.

## Эффект бабочки

**В** 1961-м Эдвард Лоренц переключил свое внимание с двенадцати уравнений, которые Гамильтон моделировала на его компьютере LGP-30, на меньший набор из всего трех уравнений, которые описывали процессы атмосферной конвекции. Он стремился уловить суть погодных систем самым простым способом.

Некоторое представление об уравнениях, которые изучал Лоренц, может дать модель тропического острова. Поглощая солнечное излучение, почва острова нагревается. От этого воздух с поверхности поднимается вверх, а более холодный опускается вниз. Из конвекционного цикла на острове возникает бриз: теплый воздух с одной стороны острова поднимается вверх, замещаясь холодным воздухом, дующим с другой стороны.

Лоренц описывает этот процесс с помощью трех переменных:  $X$  — интенсивность конвекции воздуха, иначе говоря — сила островного бриза;  $Y$  — разница температур между восточным и западным берегами;  $Z$  — искажение температурного профиля между поверхностью земли и небом над ней (говорят, что профиль искажен, если земля сильно нагревается, а верхний слой воздуха очень холодный). Заметим, что бриз иногда дует с востока на запад (тогда  $X$  и  $Y$  принимают положительные значения), а иногда — с запада на восток (тогда  $X$  и  $Y$  принимают отрицательные значения). Лоренц пред-

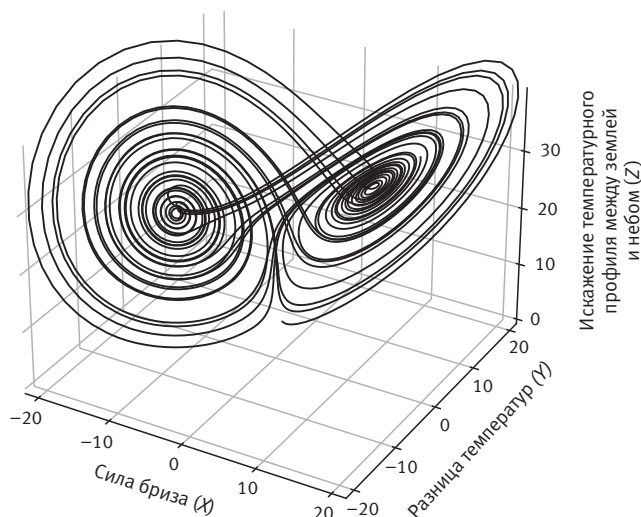
положил, что между  $X$  и  $Y$  есть зависимость: при возрастании разности температур между восточным и западным берегами возрастает интенсивность конвекции, и наоборот. Эта зависимость влечет за собой увеличение искажения температурного профиля между землей и воздухом, что в свою очередь тормозит конвекцию, — пока в какой-то момент ветер не сменит направление. Согласно модели Лоренца с течением времени ветер на острове меняет направление, дует то с востока на запад, то с запада на восток.

Как и в историях Ричарда про сладкое и Алекса про бар, модель Лоренца упрощает ситуацию, а мое объяснение ее с помощью погоды на тропическом острове карикатурно. Но уравнения Лоренца, описывающие изменения  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ , реально отражают многие типы взаимодействий, которые встречаются в более сложных моделях погодного прогнозирования.

Упрощенной моделью Лоренца Маргарет Гамильтон не занималась. К моменту создания этой модели она уже отправилась в новое приключение (и мы скоро за ней последуем). Но перед уходом Гамильтон нашла себе замену. Эллиен Феттер, тоже изучавшая математику и незадолго до этого приехавшая в Бостон, была почти так же внимательна к деталям, как Гамильтон, и умела наглядно представлять результаты моделирования.

Феттер придумала, как с помощью LGP-30 печатать на бумаге результаты работы модели Лоренца, — изменения переменных с течением времени. Она строила график, подобный фазовым плоскостям для модели хищник-жертва и эпидемической модели, которые мы рассматривали в предыдущей части книги (где линии соответствуют траекториям видов или инфекции). Только ее график отражал изменение во времени не двух переменных, а трех ( $X$ ,  $Y$  и  $Z$ ). Он показан на рисунке 12. Чтобы его понять, представьте себе, что три переменные перемещаются внутри куба. Высота куба соответствует переменной  $Z$ , а  $X$  и  $Y$  — оси основания.

В пространстве  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  точка движется кругами по траектории, которая никогда не проходит через одну и ту же точку.



**Рис. 12.** Бабочка хаоса. Кривая отражает изменение трех переменных с течением времени.

По мере изменения погоды на острове в трех измерениях образуется траектория, напоминающая крылья бабочки. Тут динамика совершенно не похожа на ту, что мы видели, допустим, в модели хищник-жертва. Она не стабилизируется на определенном значении и не повторяет периодически один и тот же путь. Ветер сначала дует с востока на запад, потом — с запада на восток. Иногда он несет тепло, иногда — холод. И предсказать погоду всего на несколько часов вперед невозможно. Траектория хаотична.

Хотя эта бабочка стала синонимом понятия хаоса, тот факт, что диаграмма Феттер, иллюстрирующая статью Лоренца 1963 года, похожа на бабочку, — всего лишь счастливое совпадение. Как говорилось в предыдущей главе, сначала для описания хаотического движения, которое иллюстрирует график Феттер, Лоренц проводил аналогию с хлопающей крыльями чайкой. Более привлекательный образ бабочки возник позже, когда в 1972-м Лоренц не предоставил орга-

низаторам его лекции названия и они решили озаглавить ее вопросом: “Может ли взмах крыльев бабочки в Бразилии вызвать торнадо в Техасе?”

Образ привлекательный, но искажающий представление о хаосе. Не надо думать, что где-то в джунглях Амазонки скрывается бабочка, которая взмахом крыльев порождает мощный ураган в Техасе. Эффект бабочки правильнее формулировать так: для точного предсказания ураганов в Северной Атлантике на два месяца вперед надо знать все о движении воздуха по всей планете, в частности — взмахнет ли крыльями бабочка где-то на далекой Амазонке. В терминах рисунка 12 малейшее отклонение траектории приводит к совершенно другой кривой.

Не какая-то бабочка — или шоколадка, или посетитель бара — делает будущее неопределенным. Жизнь непредсказуема из-за абсолютной невозможности получить информацию обо всех бабочках мира, всех шоколадках и всех посетителях бара.

## Ночное небо: часть 1

**М**ы сидели тихо, глядя на звезды. Я и не знал, насколько здешнее ночное небо отличается от привычного мне британского. Просто не представлял, какие яркие звезды в Нью-Мексико. У нас в Манчестере небо — это мутная смесь облаков и тусклого света фонарей. А дождь и холод мало у кого вызывают желание сидеть, как мы сейчас, и смотреть вверх.

— Знаешь, они совершенны в своей организации, — сказала Лили-Роуз, глядевшая рядом со мной на звезды. — Но это не то научное совершенство, которое интересует вас с Алексом. Это совершенство, которое возвращает нас к самим себе, потому что в определенном смысле каждый из нас совершенен. Я читала, что галактик десять миллиардов и в каждой из них по сто миллиардов звезд. А недавно узнала, что на Земле скоро будет жить десять миллиардов человек. А ведь у каждого из нас по сто миллиардов нейронов! Каждое мерцание звезды — это возбуждение нейрона, контактирующего с другим нейроном. И этот контакт происходит где-то в чьем-то мозгу.

И когда Лили-Роуз открыла эту связь — между мозгом и галактикой, между нейронами и звездами, — она поняла силу астрологии. Не той ерунды, которую печатают в газетах, а подлинной астрологии — знания, данного нам свыше. Когда наши предки смотрели на небо, рассказывала она, они

могли считывать возбуждение своих нейронов. Их собственные мысли и мысли других людей хранились в небесной бездне и передавались мерцанием звезд. Теперь, когда мы заполонили небо техногенными огнями и затуманили мозг научными сомнениями, эти закономерности уже плохо просматриваются. Но, продолжала она, приехав сюда, она смогла понять коллективное мерцание наших умов.

Нас с Алексом привезли в предгорья возле Санта-Фе Лили-Роуз и ее подруга Мария, которых мы встретили в “Эль Фароль”. Лили-Роуз вела машину, а я молча сидел рядом, стараясь не обращать внимание на шепот и хихиканье, доносившиеся сзади, где, тесно прижавшись друг к дружке, ворковали Алекс с Марией. Приехав на место, мы с Лили-Роуз вышли из машины, оставив в ней новоиспеченную парочку, и сели неподалеку, чтобы полюбоваться живописным видом.

Вот тут-то она и рассказала мне про звезды.

Образность ее идеи мне понравилась, но я сказал, что с научной точки зрения все это весьма маловероятно.

Она ответила, что в прошлом году была на открытой лекции в Институте Санта-Фе. Лектор рассказывал, если она правильно запомнила, о клеточных автоматах. Он говорил о том, что все в мире взаимосвязано и что небольшое изменение в его автомате может привести к значительным изменениям в другом месте. Он сказал, что во Вселенной все так же: мерцание здесь приводит к изменениям на другом краю галактики. Насколько она поняла, клеточный автомат подходит для моделирования нашего мозга, звезд и вообще всего в виде совокупности взаимосвязанных вспыхивающих лампочек. Одна лампочка вспыхнет и включит другую. Возбуждение наших нейронов и мерцание неба приводят к непредсказуемым результатам.

Именно это мы сейчас и видим, сказала она: мерцание нашего мозга в небе. У каждого есть собственная звезда, которая показывает его мысли. Мы видим хаос своих мыслей. Вот в чем истинность астрологии, повторила она.



— Когда говорят о предназначениях небес, — объясняла Лили-Роуз, — ученые, вроде вас с Алексом, понимают это буквально. Но это неправильно. Суть в том, что нужен специальный дар, чтобы читать звезды, проникать в мозг и понимать будущее.

Я хотел ей сказать, что лектор, вероятно, не это имел в виду. Я знал, что хотя Крис (казалось, что она была именно на лекции Криса) мог сказать, что и Вселенная, и наш мозг могут быть смоделированы с помощью нулей и единиц, символизирующих мерцание лампочек, он все же не верил в причинно-следственную связь между клетками мозга и звездами.

Но пока я размышлял о том, как это лучше объяснить Лили-Роуз, она продолжала: “Я знаю, что мои слова не нужно воспринимать буквально. Но в моей жизни столько хаоса — окружающих меня людей невозможно контролировать. И такой подход облегчает жизнь”. Она добавила, что поэтому ей и понравилась лекция — ведь ученый сказал то же самое: мы можем думать, что одно служит причиной другого, и на некотором уровне так оно и есть, но если отвлечься от повседневности и посмотреть на мерцающие лампочки, то становится ясно, что все взаимосвязи случайны.

— И тем не менее большинство из нас никогда не отправляется в горы, чтобы заглянуть в собственный мозг, — сказала она.

Приезд сюда напомнил Лили-Роуз, что ей не нужно все контролировать. Что другие люди подобны вращающимся галактикам и что они — независимо от ее действий — будут продолжать двигаться по своим траекториям. Так становится хоть немного легче.

## Ночное небо: часть 2

**Д**ля Маргарет Гамильтон ночное небо значило только одно: необходимость полного контроля. Иначе и быть не могло. Это был вакуум, пустота, управляемая лишь законами гравитации. Успех миссии полностью определялся траекторией ракеты, задаваемой ею и ее новыми коллегами по НАСА. Их задача — обеспечить успех миссии: “Аполлон-11” должен пролететь через пустоту и успешно посадить астронавтов на Луну. А потом вернуться. Даже мельчайшая ошибка была немыслима.

По хаосу, царившему в прогнозах погоды, она знала, что одна маленькая ошибка — например, в четвертом знаке после запятой — может привести к провалу. Полученный ею урок был закреплен в ходе ее новой работы: из лаборатории Лоренца с его LGR-30 она перешла в Министерство национальной безопасности США, где разрабатывала программное обеспечение для обнаружения вражеских самолетов. Она называла свою новую машину “морским побережьем” за ровный красивый гул, который издавал этот суперкомпьютер, когда ее код работал правильно. Если же она делала ошибку, на смену ласковому плеску волн приходил яростный непредсказуемый шторм. Самым худшим исходом был сбой компьютера, когда звук сирены сообщал миру, что она ошиблась.

Гамильтон училась на своих ошибках. Когда они случались, она старалась их классифицировать, аккуратно все до-

кументируя. Она снимала поляроидом своих коллег рядом с их неверными программами. Полагала, что лучше, когда ее ошибки видит большая аудитория.

Именно поэтому, узнав, что НАСА ищет программиста для создания первого “программного обеспечения, предназначенного для людей” (то есть кода, который позволит безопасно отправить астронавта на Луну), она поняла, что это работа как раз для нее. Гамильтон слышала слова Кеннеди: “Мы решили полететь на Луну в этом десятилетии и заняться другими делами не потому, что это легко, а потому, что это трудно” и понимала, насколько это трудно. Как мало места там будет для ошибок.

В 1963-м Гамильтон подала заявки на вакансии программиста сразу в два подразделения НАСА и получила приглашение сразу от обоих, причем всего через несколько часов после собеседования. Забавно, что она отдала выбор на волю случая: подбросила монету. В итоге это не имело значения, потому что очень быстро в космическом агентстве пришли к выводу, что Гамильтон должна быть задействована на каждом этапе лунного проекта. До нее в НАСА (да и в программировании в целом) выше всего ценились замысловатые программные коды. Гамильтон мягко, но решительно показала, что чем больше уравнений, тем вероятнее возникновение ошибки. Она пропагандировала простоту, повторяемость и понятность. Гамильтон ввела термин “программная инженерия”, потому что, по ее мнению, деятельность программистов была не менее, а то и более важной, чем работа инженеров, строивших ракеты и собиравших лунные модули. Она утверждала, что для снижения вероятности сбоя создаваемое ими программное обеспечение должно быть отполированным и оптимизированным. Как сам космический корабль.

Основой для подхода Гамильтон служили усвоенные ею еще в колледже уроки профессора Лонг. От нее Маргарет узнала, что логическое выведение каждого следующего

пункта из предыдущего — гораздо более надежный путь, чем простое запоминание. Это было верно и для программного обеспечения. Находившийся на борту “Аполлона-11” компьютер отвечал за массу жизненно важных функций, включая определение местоположения и скорости корабля, содействие в управлении им, контроль за температурой его отдельных частей и помощь астронавтам в определении углов между планетными телами. Приоритетность задач менялась в зависимости от сложившейся в полете ситуации. Например, сначала управление кораблем было важнее, чем определение его местоположения, но если корабль долго двигался без проведения этих измерений, то его местоположение становилось неизвестным и приоритетность его определения повышалась. Гамильтон должна была разработать такую систему, чтобы бортовой компьютер — который в каждый момент времени мог выполнять только одну задачу — всегда начинал с наиболее приоритетной.

Вместо составления списка “если... то”, описывающего процедуры для всех потенциально возможных случаев, Гамильтон сначала описала функции (роли) каждой части корабля, которой управлял компьютер, и их приоритетность. Затем вместе с коллегами она разработала такое программное обеспечение, которое на основании списка функций и их приоритетов автоматически выдавало правильный отклик. После того как ученые убедились в том, что их программа работает безупречно, они могли быть на 100 % уверены: если на практике какой-то отклик оказывался неправильным, ошибка заключалась в описании функции и ее приоритетности. Такие ошибки было гораздо проще выявить, чем те, что могли скрываться в списках “если... то”, потому что они были связаны с функционированием корабля и приоритетами миссии. Кроме того, если функции корабля или приоритеты миссии менялись (а за восемь лет, в течение которых продолжался проект, такое происходило неоднократно), обновления можно было делать, не боясь внести ошибку.

В своем подходе к программному обеспечению Гамильтон ориентировалась на то, как инженеры составляли уравнения, описывавшие появление в системе нестабильностей. Например, как может начать колебаться подвесной мост, подобный Золотым воротам в Сан-Франциско или Миллениуму в Лондоне. Поняв, от чего зависит нестабильность, инженеры могут (в большинстве случаев) управлять системой, поддерживая ее стабильность. Для Гамильтон и ее сотрудников неопределенности могут быть связаны с высокой мощностью тяги горелок космического корабля, мельчайшими ошибками в определении его местоположения, вычислительными ошибками астронавта или центра управления... Этих “бабочек” космического полета нужно было идентифицировать. Причем до того, как они вызовут хаос. В процессе восьмилетнего проектирования программного обеспечения Гамильтон и ее сотрудники должны были разработать план с учетом любой из всевозможных случайностей. Их задача была — управлять хаосом задолго до его возникновения.

Во время полета “Аполлона-11” Маргарет Гамильтон находилась в центре управления, глядя на монитор и читая распечатки. Она внимательно следила за спуском астронавтов на лунную поверхность. Это был критический момент: последнее препятствие перед первым проходом человека по Луне.

И именно тогда в центре управления зазвучал сигнал тревоги и замигали лампочки. А на компьютере астронавтов появилось предупреждение, отличное от всего, что они видели во время подготовки. Код перегрузки компьютера. Армстронг тревожно спросил: “Что значит код 1202?”

Все находившиеся в центре управления инженеры повернулись к Гамильтон. Это *ее* код подал сигнал тревоги: на экране астронавтов появилось сообщение 1202, чтобы преду-

предить их об аварийной ситуации. Все хотели знать, что случилось с ее кодом.

На борту Армстронг и Олдрин увидели на дисплее сообщение: им предписывалось перед посадкой вручную вернуть устройство обеспечения стыковки (РЛС) в правильное положение. Щелкнув выключателем, они поставили РЛС как надо. Тогда на дисплее появился вопрос, готовы ли астронавты к посадке. Они решили идти на посадку и начали финальное снижение. Аварийная сигнализация отключилась.

— Что там произошло? — встревоженно спросил у Гамильтон коллега.

Гамильтон спокойно проверила распечатку. С ее программой все было в порядке. Сбой дало оборудование корабля! А ее код справился с этим сбоем и предупредил Армстронга и Олдрина о возникшей проблеме.

Пока остальные поздравляли первых людей, достигших Луны, она сказала себе: “Первое программное обеспечение тоже прилунилось”. И мысленно улыбнулась, представив эту маленькую безотказную коробочку с компьютерными кодами, лежащую на лунной поверхности.

Много десятилетий спустя, когда Барак Обама в Белом доме вручал Гамильтон медаль Свободы, он представил ее так: “У наших астронавтов было мало времени, но к счастью у них была... Маргарет Гамильтон, в шестидесятых — молодой ученый из МТИ и работающая мама”.

Он напомнил аудитории, что Гамильтон занималась программным инжинирингом еще до того, как возник сам термин. “Учебников еще не существовало, — сказал Обама. — Поэтому оставалось одно: быть первопроходцами”.

И Обама прав, думала тем временем Гамильтон. Учебника у нее действительно не было. Но ее научили тщательно подходить к работе и предотвращать ошибки с помощью логических рассуждений. Столкнувшись с первоначальным

хаосом в компьютерном моделировании, она поняла, что программное обеспечение проекта “Аполлон” должно быть безупречным. Она очень боялась сделать что-то не так, ошибиться там, где необходима надежность, боялась, что жизнь выйдет из-под контроля, — но именно эти страхи и позволили ей все преодолеть.

Она выполнила свою миссию.

## Идеальная свадьба

**М**аргарет Гамильтон в НАСА и Лили-Роуз в Санта-Фе демонстрируют два совершенно разных подхода к хаосу и случайности. Гамильтон считала необходимым во избежание хаоса проводить тщательнейшую заблаговременную подготовку: понадобилось восемь лет планирования, чтобы занявшая несколько минут высадка на Луну прошла без сучка и задоринки. А Лили-Роуз принимала как данность, что полностью контролировать жизнь невозможно и потому с хаосом нужно смириться.

В жизни важно понимать, в каких случаях годится тот или иной подход.

В поисках этого баланса присмотримся к Ниа, которая занимается организацией свадеб. Она — одна из самых востребованных в Великобритании специалистов в этой области. Недавно она приняла участие в телевизионном реалити-шоу “Моя большая лондонская свадьба” — в результате ее предприятие процветает.

Выучившись в университете на инженера, Ниа стала работать инвестиционным банкиром. Три года назад она уволилась из банка, решив использовать свои технические навыки: занялась логистикой для самого важного в жизни многих людей дня.

В телепередаче шаг за шагом отслеживается работа Ниа со счастливой парой (а часто с родителями, которые оплачи-



вают счет): от объяснения нюансов свадебной флористики до составления меню. В торжественный день она прибывает на место в шесть утра и остается там до начала танцев. Общаясь по уки-токи со своими помощниками, она организует все, начиная от изысканных световых шоу и кончая прическами и косметикой. У нее ни разу не было серьезных проблем: торт в точности отражает мечты жениха и невесты, лимузины всегда приезжают вовремя. Она любит кульминацию этого дня: гостей приглашают в банкетный зал, и те, остановившись в дверях, восхищенно ахают и щелкают камерами. Ловят момент истинного совершенства.

Дома у Ниа все по-другому. Из-за интенсивного характера ее работы основные обязанности по уходу за детьми и ведению хозяйства взял на себя ее муж, Энтони. Ему нравится роль активного отца, и он любит свою работу так же, как Ниа любит свою. Но беда в том, что он не совсем с ней справляется! Он хорошо ладит с детьми и все время придумывает для них новые занятия. Они постоянно начинают (но не всегда заканчивают) творческие проекты: то что-то рисуют, то участвуют в спортивных соревнованиях, то играют в настольные игры.

Вдобавок Энтони часто навещают друзья, которые бывают хуже детей. На прошлой неделе Ниа вернулась домой в самый разгар работы над проектом по изучению методов анализа данных для определения уровня удовлетворенности с помощью статистики. На кухне склонялись над своими ноутбуками Энтони, Айша, Чарли и Бекки, а в гостиной — как безумные — скакали дети.

Приходя с работы, Ниа не может отдохнуть. Конечно, в конце концов Энтони уберется в доме. Поздно вечером, когда дети лягут спать, а друзья разойдутся. Но ей не нравится заставлять дома беспорядок. Так что же ей делать?

Ответ на этот вопрос кроется в различии между Маргарет Гамильтон и Лили-Роуз. Наш планировщик свадеб — подобно Гамильтон — идеально планирует *тот самый день*: проводит каждые выходные высадку на Луну. При органи-

зации свадьбы нет места ошибкам. Тут требуются точность до десятичных знаков и идеальный инжиниринг Гамильтон: нужно предусмотреть любую случайность, заранее устранить возможность малейшей ошибки. Так Ниа и работает. В знаменательный день все должно быть идеально, а для этого нужен подробный план, учитывающий любую возможную заминку.

А вот дальнейшее развитие брака (что произойдет на следующий день или через день после свадьбы) Ниа предвидеть не может. Такова уж природа хаоса. Именно этот урок усвоил Лоренц в 1961-м, когда они с Гамильтоном, проводя моделирование атмосферных уравнений, заметили, что ничтожные ошибки делают результаты непредсказуемыми. Он понял, что управлять будущим или предсказывать его мы можем только на очень короткий период времени: мы в состоянии детально спланировать посадку космического корабля или даже (относительно) точно предсказать, пойдет ли после обеда дождь, но предвидеть более отдаленное будущее нам не дано. Хаос неизбежен.

Наша свадебная распорядительница замечательна тем, что умеет четко контролировать ближайшее будущее, но более отдаленное будущее ей неподвластно. Когда Ниа смотрит на мужа, ей требуется менять тип мышления: она должна усвоить, что ничто не может быть идеальным продолжительное время. При этом и Энтони должен понять способ мышления Ниа: настрой на стабильность и совершенство. Дело не в том, что один подход правильный, а другой — нет. Каждый уместен при своих обстоятельствах.

В китайской философии эту дихотомию называют инь и янь. Инь хаотичен; он пассивен и позволяет уносить себя в неизвестность. Инь — это Энтони. Он поддается своим прихотям и желаниям. Янь — это порядок. Он активен и стремится контролировать будущее. На работе Ниа — янь: у нее под контролем каждая секунда.

Ниа с мужем нужно уравнивать ее янь с его инь, ее краткосрочный порядок с его долговременным хаосом. Прак-

тически это означает, что пара должна договориться, какие аспекты своей жизни они хотят контролировать жестко, а какие готовы пустить на самотек. Например, Ниа говорит, что согласна терпеть некоторый беспорядок от детей. И она, и ее муж полагают, что детям необходим определенный распорядок дня, регулярное питание и сон по расписанию, но при этом важно и предоставлять им возможность свободного самовыражения. Ниа с удовольствием наблюдает за тем, как гости на свадьбе раскрепощаются во время танцев, и точно так же она готова принять решение мужа дать детям свободу, позволив познакомиться с хаосом в безопасных условиях.

А вот беспорядок в кухне — дело другое. Здесь хаотический инь Энтони заходит слишком далеко. Упорядоченному няню Ниа негде отдышаться и прийти в себя. Хозяйке нужно хотя бы одно место в доме, где она может расслабиться. Место, где не валяются игрушки и незаконченные поделки, а увлеченные анализом данных энтузиасты не барабают по клавишам. Место, где они с мужем могут вдвоем приготовить ужин или насладиться бокалом вина (когда дети лягут спать). Они решают, что порядок на кухне имеет приоритет, и Энтони обещает держать взрослые помещения в порядке. Кроме того, он соглашается встречаться по вечерам с друзьями вне дома, чтобы Ниа могла побыть с детьми. Супруги договариваются, что если он не будет справляться одновременно и с детьми, и с домашним хозяйством (что порой бывает трудно), то они станут чаще вызывать уборщицу, няню или заказывать доставку (здоровой) пищи на дом. (Именно это в “Классе I” рекомендовалось в статистическом анализе, который изучали Энтони и его друзья.)

Хотя конкретные подробности нахождения баланса между инь и янь зависят от особенностей взаимоотношений, теория хаоса доказывает, что одного без другого не бывает. Даже неверный знак на четвертом месте после запятой может в долгосрочной перспективе полностью изменить тщательно вычисленный результат. Порядок и хаос тесно переплетены,

как жизни супругов. Важно понимать, что попытка долгосрочного контроля ведет к перерегуляции и еще большему хаосу, а отказ от контроля на короткий период ведет к неуверенности и еще меньшему порядку. Правильного баланса достичь трудно, но если вы поняли, что ни порядок, ни хаос не могут существовать сами по себе, это уже неплохое начало.

Организация равновесия ставит перед нами новый вопрос. До сих пор мы изучали янь, рассматривая стабильность и периодические системы, знакомясь с тем, как Маргарет Гамильтон устраняла непредсказуемость. Теперь пришла пора изучить инь.

Если мы позволим себе расслабиться, как это делает Лили-Роуз, и углубиться в хаос, что мы там увидим?

Чтобы это узнать, нам надо вернуться в Санта-Фе.

## Клеточный хаос

**В**оскресенье я спал до обеда, а когда проснулся, мне страшно захотелось выполнить задание Криса — найти хаос в модели элементарного клеточного автомата. Узнав о хаосе от Лили-Роуз и Алекса, я почувствовал прилив вдохновения. Я решил разыскать Эстер, чтобы заняться этой задачей вместе с ней. Но в общей комнате не было никого, кроме Антонио и Мадлен. Хотя их явно мучило похмелье, они спорили об эволюции муравьев и ос. Мадлен сказала, что я упустил Эстер: она с Рупертом и еще несколькими меломанами пошла в оперный театр под открытым небом.

Так что я отправился в ВЦ один и принялся программировать. Думать случайным образом было трудно. Вспомнился фокус, который я выучил в детстве: просишь друга загадать число от одного до четырех, и он с большой вероятностью загадает тройку. Сейчас со мной было то же самое. Все, что приходило мне в голову, было регулярным и периодическим. Я упорно загадывал тройку.

Перебирая различные правила, я вспомнил объяснение Эстер: любой элементарный клеточный автомат можно записать как набор правил такого рода:

111	110	101	100	011	010	001	000
0	0	0	1	0	1	1	0

Вспомним, что клеточный автомат — это набор правил для преобразования последовательностей единиц и нулей (двоичных цепочек). Например, возьмем в качестве начальной цепочки:

00000001000000

Чтобы проследить за применением правил, начнем с расположенной в середине единицы. Поскольку оба ее соседа нули, то они образуют последовательность 010. Согласно приведенным выше правилам она переходит в единицу, так что в новой последовательности на месте единицы будет единица. Левее центра стоит последовательность 001, для нее правила превращают ноль в единицу. Аналогично для правой последовательности (100) ноль тоже превращается в единицу. Поэтому применение правил ко всей цепочке даст нам такую последовательность:

00000011100000

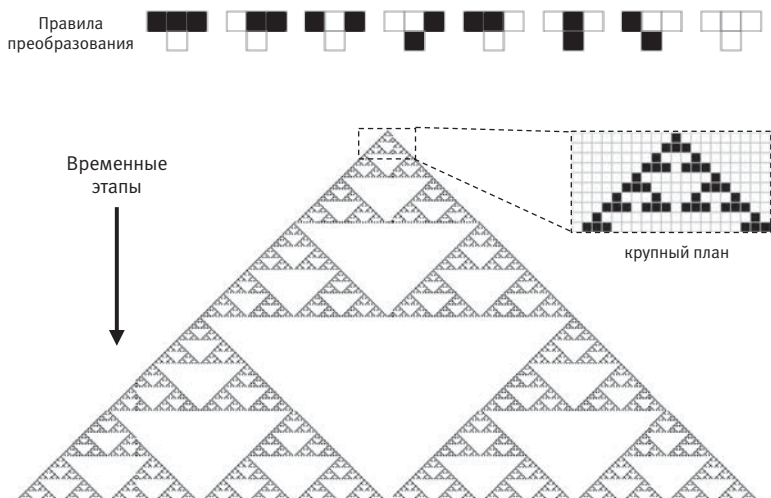
Центральная единица породила три единицы (а части цепочки вида 000 остаются нулями согласно самому правому из приведенных ранее правил). Применив правила еще раз, получим:

00000100010000

Поскольку тройки, содержащие три единицы (111) или две подряд идущие единицы (110 и 011), превращают бит в 0.

Я запрограммировал эти правила и прогнал их на компьютере, начав с единственной черной клетки в последовательности белых клеток. В этом случае черные клетки изображают единицы, а белые — нули. Я смотрел, как клетки — ряд за рядом — заполняют экран.

Возникший узор был мне знаком из курса математики (рис. 13). Это был фрактал, самоподобная конфигурация.



**Рис. 13.** Клеточный автомат, порождающий фрактальную конфигурацию. В верхней строке показаны правила преобразования: как тройки верхнего ряда определяют нижний ряд. Эволюция клеточного автомата сверху вниз с течением времени.

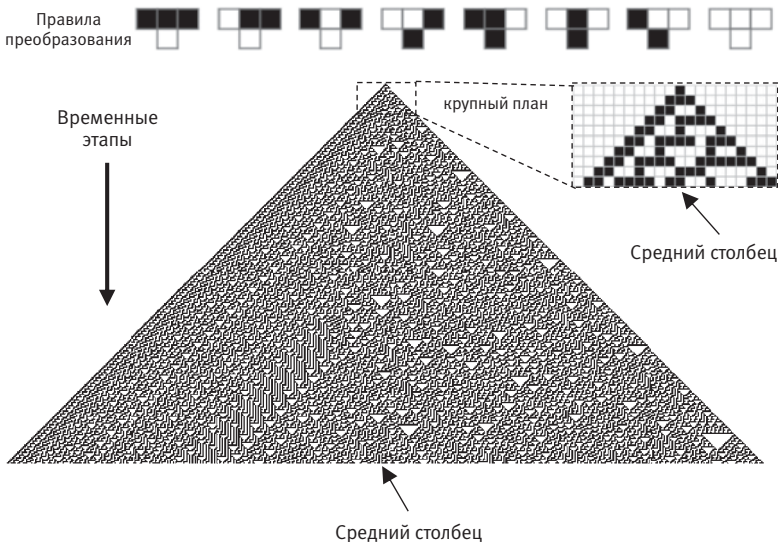
Основной треугольник, построенный клеточным автоматом, содержал три меньших треугольника, каждый из которых, в свою очередь, содержал три меньших и т. д. Когда на занятиях по математике я узнал об этом конкретном фрактале, называемом треугольником Серпинского, меня научили его строить: начать с черного треугольника, закрасить его середину белым, потом можно закрасить белым середины трех получившихся черных треугольников и т. д. Но здесь тот же узор строился совершенно иначе. Элементарный клеточный автомат построил треугольник Серпинского с помощью простого набора двоичных правил.

Восхищенный тем, как простые правила порождают такую красивую симметрию, я начал перебирать различные наборы правил. И тут я нашел, что искал. Изменение только одного правила (так что 011 порождает 1, а не 0) дает вот такой набор:

111	110	101	100	011	010	001	000
0	1	0	1	1	1	1	0

Может ли небольшое изменение правил (замена одного бита) привести к значительному изменению результата?

Да, может. Прогон этой модели снова со строкой, которая начинается с единственной черной клетки, приводит к совершенно иному результату. На левой стороне графика (рис. 14) возникает отдаленное подобие упорядоченности. Небольшие повторяющиеся узоры. Расположенные на равных расстояниях друг от друга треугольники. Размеры треугольников различаются — левые больше правых. Правая часть графика совсем другая: регулярность пропала, и воцарилась случайность. Большие белые треугольники, маленькие белые тре-



**Рис. 14.** Клеточный автомат, порождающий случайную конфигурацию. В верхней строке показаны правила преобразования: как тройки верхнего ряда определяют нижний ряд. Эволюция клеточного автомата сверху вниз с течением времени.



угольники и линии чередуются без видимого порядка. Больше всего случайность проявляет себя в центре узора. Белых клеток столько же, сколько черных, и невозможно предсказать, какая клетка появится следующей.

И я подумал: вот она — случайная конфигурация, порожденная простыми детерминистскими правилами.

Когда в понедельник в лаборатории я продемонстрировал свои результаты Крису, он воспринял их с энтузиазмом.

— Потрясающе! — сказал он. — У тебя получилось.

Программа продолжала работать, и мы вдвоем смотрели на меняющийся на дисплее узор.

— Как узнать, что узор действительно случайный? — спросил я. — Он кажется особенно случайным в середине, но я не знаю, как это можно измерить.

Крис сказал, что я задал правильный вопрос, и я ждал, что он мне ответит. Но ответа не последовало. Мы еще немного посмотрели на возникающий узор, а потом Крис произнес одно слово: “энтропия”.

Опять это слово. То самое, которое обронил Макс в наш первый вечер в спортивном баре, описывая американское пристрастие к информации. Энтропия как-то связана с коммуникацией. Но как? Крис, ничего не сказав, перешел к другому учащемуся.

И я решил разобраться в энтропии сам... или же найти Эстер, чтобы она мне все объяснила.

## Сообщение от Б к К

**Г**амильтон предоставила нам янь контролируемой инженерной стабильности, но нам нужен еще и математический инь — секреты энтропии. Чтобы их открыть, придется вернуться в 1948 год и встретиться там с молодым человеком, пытающимся преодолеть свою застенчивость.

Последние несколько недель мысли Клода почти полностью занимал вопрос, согласится ли Бетти прийти к нему на свидание. Ее ответ содержал всего один бит информации: ноль-нет или единицу-да. Поэтому просто смешно, думал он, что он тратит столько своей вычислительной мощности впустую, пытаясь предсказать хорошо определенную двоичную конфигурацию, скрытую в голове Бетти.

Клод начал размышлять, как можно было бы применить к этой проблеме собственные теоретические открытия. Его работа в *Bell Telephone Laboratories* в Нью-Джерси позволила ему выдвинуть концепцию, которую он назвал теорией связи. Теория возникла из стремления ответить на вопрос, как лучше всего кодировать буквы алфавита последовательностями нулей и единиц для эффективной пересылки по каналу связи из одного пункта в другой. Как инженерам телекома лучше всего кодировать сообщения? Из пункта Б (Бетти) в пункт К (Клод), например.

Теория говорила, что ее двоичное “да” или “нет” было точным ответом. Эффективной коммуникацией. А вот его

собственные размышления о том, каким может быть ее ответ, были до смешного неэффективны.

Так что, согласно его теории, лучшее решение было очевидным. Неэффективность его мышления следовало заменить ее четко закодированным ответом.

И Клод Шеннон наконец-то пригласил Бетти Мур поужинать.

Ее ответ был двоичной единицей: определенное “да”.

Но уже сидя с ней в ресторане, он понял, что ситуация не стала проще. Ведь он не подумал о том, что этот единственный бит информации влечет за собой дальнейшее общение в форме двустороннего обмена любезностями. Комизм сложившейся ситуации не ускользнул от Клода. Несмотря на публикацию статьи, которую его коллеги из *Bell Labs* назвали самой важной публикацией по теории связи, ему самому как раз не хватало коммуникативных навыков.

Он понимал, что должен сказать что-то об окружающей обстановке, еде или даже о внешности девушки, но в этом-то и была проблема. Он просто не знал, как обо всем этом говорят. Светская беседа — холостая загрузка канала связи.

И тут он вдруг осознал, что она тоже не произнесла ни слова. И, судя по задумчивому выражению ее лица, молчание ее не тяготило. Она просто наблюдала за ним.

— Почему ты ничего не говоришь? — спросил наконец Клод, поняв, что иного пути разгадать ее молчание у него нет.

— Я прочла твою статью об энтропии, информации и коммуникации, — ответила Бетти. — У меня возникло несколько вопросов, и я размышляю о том, как их лучше сформулировать. В твоей статье почти все сказано, и мне не хотелось бы ненужного повторения, но, наверное, сначала я все-таки расскажу, как именно я ее поняла...

Такого ответа Шеннон не ожидал.

Бетти резюмировала прочитанную статью следующим образом: первым шагом в изучении коммуникации было

понять, что все можно закодировать двоичными последовательностями нулей и единиц. Например, если мы хотим закодировать первые четыре буквы алфавита, можно обозначить *A* как 00, *B* как 01, *C* как 10 и *D* как 11. Вспомним, что бит — это ноль или единица, точно так же, как цифра — это число от нуля до девяти. Мы могли бы сделать то же самое с десятичными числами, заменяя *A* нулем, *B* — единицей, *C* — двойкой и т.д. до замены *Z* на 25 (не 26, потому что *A* мы кодировали нулем). Но мы выбрали двоичные, потому что по кабелю данные передаются с помощью двух различных величин напряжения: одна представляет единицу, а другая — ноль.

Двоичная цепочка из двух битов позволяет закодировать четыре буквы. Чтобы закодировать восемь букв, нужны три бита (*A* — 000, *B* — 001, *C* — 010, *D* — 011, *E* — 100, *F* — 101, *G* — 110, *H* — 111). Для шестнадцати букв нужны четыре бита и т.д. Вообще, каждый дополнительный бит позволяет закодировать вдвое больше информации. (В основе современного кода ASCII восемь битов, байт, что позволяет кодировать  $2^8 = 256$  различных букв и знаков.)

— Теперь представим, — сказала Бетти, — что мы отправляем сообщение, записанное буквами *A*, *B*, *C* и *D*, в котором каждая буква выбирается случайным образом.

Она написала на салфетке:

BACDABACDDADBCCB

В этой строке всех букв поровну: четыре буквы *A*, четыре — *B*, четыре — *C* и четыре — *D*. Затем она записала эту последовательность в двоичном коде: *A* как 00, *B* как 01, *C* как 10 и *D* как 11. Тогда последовательность букв заменяется двоичной последовательностью:

01 00 10 11 00 01 00 10 11 11 00 11 01 10 10 01  
*B A C D A B A C D D A D B C C B*

Для передачи строки из шестнадцати букв нужно  $16 \times 2 = 32$  бита.

— Ведь так? В твоей статье приведен подобный пример? — спросила Бетти, взглянув на Клода.

Он молча кивнул, ожидая продолжения.

— Теперь рассмотрим другой пример, похожий на твой, — сказала она. — Представим, что в нашем сообщении буква *A* встречается чаще всех остальных — в половине случаев, буква *B* — в четверти, а буквы *C* и *D* — в восьмой части случаев каждая.

В качестве примера она написала на салфетке новую строку:

ACAABVBABDABAACDA

В ней содержится 8 букв *A*, 4 буквы *B*, две *C* и две *D*. Ее можно закодировать так же, как раньше, заменяя *A* на 00, *B* на 01, *C* на 10 и *D* на 11. Получится

00 10 00 00 01 01 00 01 11 00 01 00 00 10 11 00  
A C A A B B A B D A B A A C D A

И снова в общей сложности понадобилось  $16 \times 2 = 32$  бита.

— Но ты стремишься к точности и эффективности, — продолжала Бетти, — и потому тебе хочется сократить цепочку.

Именно с этой проблемой хотел справиться Клод. Описанная выше кодировка неэффективна, поскольку буквы *A* заполняют цепочку избыточным числом нулей: двадцать два бита из ее тридцати двух — это нули, и только десять — единицы. Нельзя ли пересылать меньше ненужных нулей?

Для достижения эффективности, заметила Бетти, более частые буквы надо кодировать более короткими цепочками. Например, если теперь заменять *A* на 0, *B* на 10, *C* на 110 и *D* на 111, то получится следующая двоичная цепочка:

0 11 00 0 10 10 0 10 111 0 10 0 0 110 111 0  
A C A A B B A B D A B A A C D A

В ней всего двадцать восемь битов (четырнадцать нулей и четырнадцать единиц), но она по-прежнему передает всю информацию, имевшуюся в исходной строке букв. Зная правила кодировки, строку всегда можно восстановить.

— Ты ведь так пришел к понятию энтропии? — спросила Бетти.

Энтропия, объяснила она, это среднее число битов, необходимое для передачи одной буквы. На кодировку первой строки ушло в общей сложности тридцать два бита — по два бита на букву (в цепочке шестнадцать букв, поэтому  $32/16 = 2$ ). На кодировку второй — только двадцать восемь, то есть  $28/16 = 7/4$  бита на букву. Энтропия первого сообщения больше энтропии второго (потому что  $2 > 7/4$ ).

Сообщение, в котором все буквы встречаются одинаково часто, содержит больше информации, чем то, где одна буква повторяется чаще других, потому что для первого сообщения мы не можем найти более короткой кодировки. Первая строка Бетти содержит больше информации, чем вторая. Таким образом, энтропия — это мера информации в строке.

Она откинулась на стуле и посмотрела на Клода.

— Надеюсь, ты не против, что я повторила тебе сообщение, которое ты уже передал всем в *Bell Labs*? — спросила она с улыбкой.

Он был совсем не против. У нее вышло еще лаконичнее, чем у него.

Никогда еще он не получал лучшего сообщения.

# Информация равна случайности

**В**о вторник, ближе к вечеру, я отправился в библиотеку Института Санта-Фе, чтобы побольше узнать об энтропии. Там я нашел книгу Клода Шеннона *A Mathematical Theory of Communication* (“Математическая теория связи”). Написанная в 1948 году, она намного опередила свое время. Ее основная идея: все источники данных — тексты, которые мы пишем, фотографии с цифровых камер, оцифрованные музыкальные файлы на CD и фильмы на DVD, даже записи сказанного нами — можно представить одинаково, в виде последовательности единиц и нулей. Шеннон объяснял в своей книге, что содержащаяся в источнике информация равна энтропии — числу битов, необходимых для ее двоичного кодирования.

Я понял, что информация сводится к кодированию букв двоичным кодом. Но какое отношение это имеет к случайности?

Было уже поздно, и в библиотеке оставалось мало читателей. Эстер была среди них. Она сидела в другой части зала, сосредоточившись на своей работе. Мы с ней не разговаривали с пятничных лабораторных занятий. В последний раз я видел ее в субботу вечером, когда ушел из бара “Эль Фароль” вместе с Алексом, Марией и Лили-Роуз.

Через некоторое время другие читатели разошлись и остались только мы с Эстер. Я нерешительно подсел к ее столу.

При виде меня она не выказала особой радости.

— Странно, что ты здесь, — сказала она, окинув меня взглядом. — Я думала, ты по вечерам зависишь с местными. Как, например, в прошлую субботу. Удивительно, что ты справляешься с домашними заданиями Криса, несмотря на все те развлечения, которые ты, похоже, отыскал в Санта-Фе.

Хотя она явно подшучивала надо мной, я не смог удержаться и рассказал ей про все, что случилось в субботу, и про то, что говорила Лили-Роуз о хаосе и звездах, о нашем мозге, мерцании и т. п.

— О господи! Ты приехал в Санта-Фе учиться, а вместо этого куришь травку с хиппи и слушаешь замороженные теории о смысле жизни.

— Кажется, я немного запутался, — кивнул я смущенно. — Мне хочется узнать, что такое случайность. Я вижу, когда события случайны и неуправляемы, но как измерить степень этой случайности? Это вообще возможно?

— Случайность в реальной жизни или в твоем моделировании клеточных автоматов? — улыбнулась Эстер.

И продолжила, не дожидаясь ответа:

— Твоя новая подруга может считать, что хаос ведет нас к погружению в мистицизм, но это не совсем так. (Тут она повернулась ко мне лицом и почти коснулась своими коленями моих.) Ты не учел, Дэвид, что случайность — это информация.

— Именно так и сказал Крис! — воскликнул я. — Точнее, он посоветовал мне разобраться с энтропией. Вот я и пришел в библиотеку — прочесть работу Шеннона.

— И что ты узнал?

Я объяснил, что уловил идею: энтропия — это среднее число битов, необходимое для передачи строки текста. Но не понял, какое это имеет отношение к измерению случайности в моем клеточном автомате. А также как это связано со случайностями в нашей жизни, о которых говорила Лили-Роуз. Какая связь между случайностью и информацией?

Эстер снова повернулась к столу и взяла лист бумаги. Она написала две строки (те же, что писала Бетти на салфетке):



BACDABACDDADBCCB

и

ACAABVBABDABAACDA

— Какая из них более предсказуема? — спросила она.

Немного подумав, я понял, что более предсказуема вторая, потому что в ней больше букв *A*. Если бы мне нужно было угадывать следующую букву в последовательности, то называя *A*, я был бы прав в 50 % случаев для второй строки и только в 25 % — для первой.

— Именно, — подтвердила Эстер.

Она напомнила мне, как это сделала и Бетти в своем примере, что для двоичного кодирования первой строки нужны тридцать два бита, а для кодирования второй — двадцать восемь. В целом, чем менее предсказуема строка, тем длиннее должна быть представляющая ее двоичная цепочка. Вот в каком смысле случайность — это информация: для кодирования случайных строк нужны более длинные двоичные цепочки, потому что такие строки содержат больше информации.

Чтобы понять, почему это так, поразмышляем о средней длине кода каждой буквы в строке. Для кодирования каждой буквы в первой строке нужны два бита, и каждая буква встречается в одной четверти случаев. Поэтому средняя длина кода равна двум битам:

$$\frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times 2 = \frac{8}{4} = 2$$

Во второй же строке для кодирования буквы *A* нужен только один бит, и *A* встречается в половине случаев, для кодирования *B* нужны два бита, и *B* встречается в одной четверти случаев, а для кодирования *C* и *D* нужно по три бита, и встреча-

ется каждая из них в одной восьмой случаев. Поэтому средняя длина кода каждой буквы равна  $7/4$  бита:

$$\frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{4} \times 2 + \frac{1}{8} \times 3 + \frac{1}{8} \times 3 = \frac{7}{4}$$

По словам Эстер, можно считать, что первая строка получена с помощью бросания четырехгранной кости (кости, сделанной в виде пирамиды с четырьмя треугольными гранями). Кость совершенно случайна, если каждая грань выпадает с равной вероятностью, то есть с вероятностью  $1/4$ , как в случае с первой последовательностью. Кость со смещенным центром тяжести с большей вероятностью падает на определенную грань и поэтому менее случайна. Она более предсказуема. Поэтому вторая строка подобна кости, которая чаще падает на определенную грань. Более предсказуемые строки содержат меньше информации.

Взаимосвязь между энтропией и информацией верна не только в этом, но и в более общем случае, продолжала Эстер. В качестве экстремального случая рассмотрим кость, которая всегда падает на одну и ту же грань. Тогда бросание кости не дает вообще никакой информации. Мы заранее знаем результат. Аналогичным образом и строка

AAAAAAAAAAAAAAAA

не содержит никакой информации. Она полностью предсказуема. Ее энтропия равна нулю.

— Именно с помощью энтропии я могу ответить на оба твоих вопроса: и про моделирование клеточного автомата, и про поиск смысла жизни в хаотичном и случайном мире, — улынулась Эстер.

Она попросила меня записать в виде последовательности нулей и единиц центральный столбец моей распечатки, полученной в ходе моделирования клеточного автомата (процесс



**Рис. 15.** Чтобы разглядеть случайность в клеточном автомате с рис. 14, мы увеличиваем фрагмент, содержащий центральный столбец (тот, который содержит первую черную клетку). Он состоит из случайной последовательности единиц (черные клетки) и нулей (белые клетки).

проиллюстрирован на рис. 15). Я записал последовательность черных и белых клеток в виде единиц и нулей:

010000110...101

Она сказала, что хотя процесс порождения этого центрального столбца был детерминирован (он задавался моим клеточным автоматом), у меня не было возможности, глядя на уже выданные биты, угадать, будет ли следующий бит в этой последовательности нулем или единицей. Это значит, что энтропия этой двоичной цепочки была максимальна, а центральный столбец совершенно непредсказуем.

Я слушал, хотя к этому моменту и потерял уже интерес к клеточным автоматам. Я ждал ответа на второй, более важный вопрос: как энтропия открывает глаза на реальный мир?

Кончив говорить о клеточных автоматах, Эстер посмотрела на меня. Возникла долгая пауза. Я молча ждал.

— А рассмотреть хаос и случайность в нашей жизни, — сказала она, чуть подвинув свой стул к моему, — позволяет игра в двадцать вопросов...

Но тут, прежде чем я успел спросить еще о чем-то или даже понять ее слова, Эстер отодвинула свой стул и встала, сказав:

— ... однако ты, Дэвид, уже исчерпал свой лимит вопросов.  
После этого она вышла из библиотеки.

## Двадцать вопросов

**Д**авайте разберемся, что хотела сказать Эстер, когда упомянула об игре в двадцать вопросов (в которой я загадываю предмет, а вы должны отгадать его за двадцать вопросов).

Для разминки я сначала загадаю число от 1 до 20, а вы будете его отгадывать вопросами на “да-нет”. В этот раз договоримся, что число должно быть целым и числа 1 и 20 включены. То есть загадать можно одно из двадцати чисел. Как отгадать ответ быстрее всего?

Вы можете попытаться назвать число наугад: “Это пятнадцать?” Но с очень большой вероятностью (а именно  $19/20$ ) я загадал другое число, и в случае моего отрицательного ответа у вас останется девятнадцать возможностей. В худшем случае на отгадывание вы потратите все двадцать вопросов.

Лучше задавать вопросы на “больше-меньше”. Например, вы можете спросить: “Это число больше пятнадцати?” Если я отвечу “да”, у вас отпадет пятнадцать чисел. Здорово. Но если я отвечу “нет”, вы избавитесь всего от пяти. Если считать, что я выбрал число совершенно случайно, вероятность, что я отвечу “да” и отпадут сразу пятнадцать возможностей, составляет  $5/20$ , поскольку только пять чисел из двадцати дают утвердительный ответ. Вероятность того, что я отвечу “нет”,  $15/20$ , и при этом устранился всего пять чисел. Объединив эти два варианта, мы найдем среднее количество устранившихся чисел:

$$\frac{5}{20} \times 15 + \frac{15}{20} \times 5 = \frac{150}{20} = 7,5$$

Вопрос “Это число больше пятнадцати?” убирает из рассмотрения в среднем семь с половиной чисел.

Если задуматься о том, насколько в среднем сокращается число возможностей после того или иного вопроса, эту стратегию можно улучшить. Давайте спросим: при каком  $x$  вопрос “Оно больше  $x$ ?” убирает из рассмотрения больше всего чисел?

Ответ  $x = 10$ , при этом устраняется в среднем десять чисел:

$$\frac{10}{20} \times 10 + \frac{10}{20} \times 10 = \frac{200}{20} = 10$$

Лучшего результата достичь нельзя (можете сами попробовать), хотя тот же эффект даст любой вопрос, разбивающий возможные варианты на две равные группы. Можно, например, спросить: “Это число нечетное?” или “Последняя цифра числа не меньше трех и не больше семи?”, и результат будет тот же. Преимущество вопроса “Это число больше десяти?” в том, что у него есть естественное продолжение: “Это число больше пятнадцати?” (если ответ на первый вопрос “да”) и “Это число больше пяти?” (если ответ на первый вопрос “нет”). Для того чтобы отгадать задуманное число как можно быстрее, надо на каждом шаге делить возможные варианты на две равные группы.

Угадать число от единицы до двадцати можно не больше чем за пять шагов. На первом шаге отсчитываются десять чисел, на втором — пять, на третьем два (или три), а ответ на четвертый или пятый вопрос дает отгадку. Этот процесс иллюстрируется деревом на рисунке 16. Решение задачи “отгадай число” — всегда стремиться разделить наше понимание проблемы на два одинаково правдоподобных сценария.

В итоге мы можем решить проблему очень быстро. Например, если загадано число от одного до сорока, нам по-



из более миллиона вариантов. Хитрость в том, чтобы подобрать такой вопрос, ответ на который разбивает варианты на две равные группы. Поэтому, если вы отгадываете животное, то “Это млекопитающее?” — хороший вопрос, а “Это утконос?” — нет.

Дерево на рисунке 16 помогает также увидеть связь между двадцатью вопросами и энтропией с информацией. Чтобы понять эту связь, посмотрим повнимательнее на число вопросов, необходимых для отгадывания того или иного числа. Для отгадывания двенадцати чисел хватает четырех вопросов, а вот для восьми потребуется пять. Это значит, что среднее число вопросов, которое вам нужно задать, равно 4,4, то есть  $(12 \times 4 + 8 \times 5) / 20 = 88 / 20 = 4,4$ . К тому же результату можно прийти, двигаясь по вопросам сверху вниз на рисунке 16. Если загадано число 1, 2 или 3, то нужно четыре вопроса. Если 4 или 5 — пять.

А теперь вернемся к методу Шеннона для нахождения эффективной двоичной кодировки. Когда все буквы равновероятны, как в строке

BACDABACDDADBCCB

Бетти предложила такую двоичную кодировку: *A* — 11, *B* — 10, *C* — 01 и *D* — 00. Про эту кодировку можно думать в терминах игры с угадыванием. Предположим, Клод выбрал одну из четырех букв случайным образом. Первый вопрос Бетти будет: “Это одна из двух первых букв алфавита?” Если ответ “да”, она запишет единицу и задаст второй вопрос: “Это первая буква алфавита?” Если ответ “нет”, то она запишет ноль. У нее получится двоичная последовательность 10, которой закодирована буква *B*. Задавая вопросы подобным образом, она создает связь между ответами да-нет и двоичной кодировкой букв.

Мы можем найти схожую кодировку для чисел от одного до двадцати, отмечая, идем ли мы по левой (нет) или правой



(да) ветви дерева на рисунке 16. Например, число семнадцать дает последовательность *да, да, нет, да*, что соответствует двоичной цепочке 1101, если каждому “да” мы сопоставим единицу, а каждому “нет” — ноль. Аналогично число пять дает *нет, нет, да, да, да*, то есть 00111. Таким образом, чтобы угадать число, надо задать столько вопросов, сколько знаков в его двоичной кодировке, что соответствует энтропии. Следовательно, энтропия игры “Угадай число от одного до двадцати” составляет 4,4 (как мы уже показали выше).

В двух приведенных выше примерах — с четырьмя буквами и двадцатью числами — все результаты равновероятны. Но это не всегда так. Например, во втором примере, который Бетти предложила Клоду, буква *A* встречается чаще всех остальных — в половине случаев, буква *B* — в четверти, а буквы *C* и *D* — в восьмой части случаев каждая. Предположим, что Клод снова хочет послать Бетти сообщение — буква за буквой, — а она может про каждую задавать только вопросы с ответами “да” или “нет”. Тогда ее первым вопросом будет: “Это *A*?” Если ответ “да”, то понадобился только один вопрос. Если же ответ “нет”, то ее второй вопрос будет “Это *B*?” и при ответе “нет” она спросит: “Это *C*?” Если ответ “да” мы кодируем единицей, а ответ “нет” — нулем, то для наших букв мы получим такие коды: 1 (да) для *A*; 01 (*нет, да*) для *B*; 001 (*нет, нет, да*) для *C*; и 000 (*нет, нет, нет*) для *D*. Это — снова — точно такая же кодировка, как предложила за ужином Бетти, и в среднем нужно задать  $7/4$  вопросов (энтропия). Заметим, что между полученной кодировкой и задаваемыми вопросами есть прямое соответствие. Чем больше вероятность появления буквы, тем меньше вопросов нужно задать для ее отгадывания.

Если при игре в двадцать вопросов загадывать не числа, а предметы, то действовать можно так же. Сам я не считаю себя экспертом в этой игре, но интернет полон вопросов, которые позволяют делить результаты на максимально близкие по размеру группы. Хорошо срабатывают вопросы типа: “Это предмет, сделанный человеком?”, “Можно ли купить этот

предмет на *Amazon*?” (после ответа “да” на первый вопрос), “Он больше книги?”, и тому подобные.

Из стратегии игры в двадцать вопросов можно сделать гораздо более глубокие выводы, касающиеся не только этой игры. В нескольких последних главах вы выяснили, что энтропия — мера трех вещей: количества вопросов, необходимых для отгадывания (это мы только что увидели), количества битов, необходимых для кодирования результата (теория Шеннона об информации), и случайности результата (как объяснила мне Эстер). Эта взаимосвязь показывает, что чем более неопределенна и непредсказуема ситуация, тем больше нужно задать вопросов, чтобы сделать вывод.

## Хороший слушатель всегда задает вопросы

**Ч**тобы конкретизировать последний пункт, давайте приглядимся к тому, как следует задавать вопросы.

Друзья Бекки часто обращаются к ней, когда у них возникают проблемы. Они считают ее хорошим слушателем — человеком, который тебя не осудит и всегда постарается понять твою точку зрения. Бекки нравится слушать рассказы о чужой жизни и стараться вникнуть в суть проблемы. В этом ее друзья правы. Она действительно готова их выслушать. Но у Бекки есть секрет, который она скрывает ото всех, — секрет того, почему люди так охотно делятся с ней своими проблемами. Дело не в том, сколько времени она тратит на разговор, а в том, какие вопросы задает.

Когда расстроенный друг приходит к ней за помощью, она сразу предполагает, что в основе его неприятности может лежать миллион причин. И ее задача — как хорошего друга — разобраться, какая из них относится к данному случаю.

Возьмем, например, ссору Дженнифер с коллегой. Когда Дженнифер пришла к Бекки со своей обидой, та могла бы попытаться с ходу взять быка за рога, задавая вопросы типа: “Он что — идиот?”, или “Вы поссорились, потому что ты опять опоздала?”, или “Потому что у тебя голова болела?”, или “Потому что ты ему нагрубила?”, или “Коллега забыл, что у тебя день рождения?”

Но Бекки знает, что с таких вопросов лучше не начинать. Ответы на них скорее всего мало что прояснят. Они подобны вопросу “Это 15?” в игре “Угадай число”. Учитывая, сколько разных причин могло вызвать ссору и то, что Бекки ничего не знает о коллеге Дженнифер, выдвигать собственные догадки было бы с ее стороны неправильно. Они почти наверняка будут неверными и могут даже вызвать раздражение.

Поэтому Бекки не выбирает наугад определенный вариант, рискуя ошибиться, а начинает с середины. Пытается подобрать вопрос типа “Это число больше десяти?” Он может быть совсем простым: “Что случилось?” — нейтрально и без осуждения. Ответ на него даст Бекки общее представление о происшествии. Потом она осторожно спрашивает: “А как это воспринимает твой коллега?”, чтобы посмотреть на проблему с другой стороны. Затем ищет следующую срединную точку для обсуждения. Вполне может быть, что Дженнифер чуть больше виновата в случившемся, чем она думает. Тогда Бекки подбирает такое направление разговора, при котором Дженнифер могла бы взять на себя большую ответственность за ссору. Может, проблема в том, что в нынешней ситуации коллега не примет извинение? Может, у ссоры более глубокие причины, чем кажется? Бекки помнит, что, как мы уже видели на примере с Чарли и Айшей, споры возникают из-за правил общения, а не из-за того, кто начал первым. Новая информация — аналог вопроса “Это число больше пятнадцати?” — может сдвинуть равновесие назад, к середине между спорщиками. Каждый заданный Бекки вопрос, каждая позиция, которую она занимает, направлена на то, чтобы найти новую срединную точку, не переставая поддерживать Дженнифер. Таким образом она постепенно приближается к решению проблемы.

Главное в подходе Бекки то, что чем менее типична проблема, тем больше приходится задавать вопросов. Мы видим это во втором примере Бетти: букву А, которая встречается в половине случаев, можно угадать с одного вопроса. А вот

буквы *C* и *D* угадываются только с трех. Для того чтобы понять человека с необычной историей, потребуется больше вопросов, чем если история предсказуемая. Разговаривая с людьми, Бекки всегда помнит: рассказы о нестандартных ситуациях нужно слушать более внимательно.

Преподавая в университете, я сталкиваюсь с тем, что некоторым студентам требуется дополнительная помощь: они приходят ко мне в кабинет, чтобы подробнее рассказать о своих обстоятельствах. Иногда меня раздражает, что одним студентам приходится уделять больше внимания, чем другим: мне это кажется несправедливым.

Но потом я вспоминаю об энтропии. Университетское образование вообще и мой курс в частности рассчитаны на типичного студента. Студенты с нестандартной предысторией, те, кто отличается от своих среднестатистических сокурсников, наиболее информативны. И их истории я должен слушать особенно внимательно как раз потому, что они нетипичны. Чем необычнее человек, тем больше стараний нужно приложить, чтобы его понять.

Справедливость заключается не в том, чтобы уделять всем студентам одинаковое время, а в том, чтобы оценивать каждую ситуацию с помощью одной и той же последовательности шагов, исключая сначала самые типичные трудности. Естественно, что для решения необычных проблем требуется приложить больше усилий. Помогая друзьям, Бекки тратит больше времени на более сложные случаи. Это справедливо — тратить больше времени на тех, кто отклоняется от стандарта.

## Энтропия никогда не уменьшается

**Е**сли вы сталкивались со словом “энтропия” в контексте физики, то могли слышать выражение, что энтропия никогда не уменьшается или — что то же самое — что энтропия всегда либо увеличивается, либо остается постоянной. Молекулы воды ( $H_2O$ ) в бутылке находятся в постоянном движении, и положение любой из них очень быстро становится нам неизвестным. После того как все молекулы свободно двигались какое-то время, каждая из них может с равной вероятностью оказаться в любом месте бутылки. Это можно увидеть, когда наливаешь овсяное молоко в кофе: сначала мы знаем, куда налили молоко, но через некоторое время оно перемешивается с кофе. Положение каждой молекулы молока становится все менее и менее предсказуемым.

Возрастание энтропии заметно во всех областях нашей жизни. Вчера, например, я решил пожарить блинчики. Я тщательно смешал в миске нужное количество муки, молока и яиц и вылил тесто на сковородку. Вскоре я уже кормил семью завтраком. Но когда я оглянулся вокруг... Господи, какой кошмар! Повсюду разбросаны кухонные принадлежности, стулья в муке, пол мокрый. Всё не на своих местах. Это и есть возросшая энтропия.

Чтобы посмотреть, как она возрастает, давайте снова вернемся к числовому правилу, которое уже встречалось в этом разделе: берем число и, если оно меньше пятидесяти, удваиваем

его, а если больше — вычитаем его из ста и удваиваем результат. Повторение этого процесса дает хаотическую последовательность чисел. А теперь представьте, что я выбрал число и говорю вам, что оно между 14,0001 и 14,9999. Здесь уже речь идет о десятичных числах, поэтому исходное число может быть 14,8538. Или 14,1883. А то и 14,0016. Точное значение вам неизвестно.

А теперь попробуйте с помощью “да-нет” вопросов узнать, каким будет результат, округленный до большего целого, после однократного применения нашего правила. В этом случае вашим первым вопросом должен быть: “Это двадцать девять?”, потому что любое число из диапазона 14,001–14,500 при удвоении и округлении даст 29 (например:  $14,191 \times 2 = 28,382$ , что округляется до большего целого — 29), а число из диапазона 14,500–14,999 даст 30 (например:  $14,624 \times 2 = 29,248$ , что округляется до большего целого — 30). Если ответ на вопрос “Это двадцать девять?” — *нет*, то это тридцать. Значит, чтобы назвать результат, вам нужно задать всего один вопрос — иначе говоря, после одного применения нашего правила энтропия равна единице.

А теперь представьте, что я, прежде чем округлять, применяю правило удвоения дважды. После округления результат окажется в диапазоне 57–60. Теперь, чтобы угадать число, вам потребуется задать два вопроса. Вы можете сначала спросить: “Это число меньше пятидесяти девяти?” При отрицательном ответе следующий вопрос: “Это число пятьдесят девять?”, что дает результат за два вопроса. Если я применю правило три раза, то получу число в диапазоне 81–88, и вам понадобится задать три вопроса. После четырех применений правила получится число в диапазоне 25–40 и нужны уже четыре вопроса.

Число вопросов увеличивается на один после каждого применения правила. Именно это имеется в виду под повышением энтропии. С течением времени количество вопросов, необходимых для устранения неопределенности, увеличивается. Это относится не только к игре в отгадывание чисел, но и к посещению бара, к потреблению Ричардом сладкого и к погоде. Это распространяется на жизнь супругов по-

сле свадьбы (как бы тщательно она ни была спланирована). А также к каждой моей готовке на кухне. Чем больше промежуток между наблюдениями, тем больше усилий потребуется для выявления текущей ситуации.

А дальше происходит нечто удивительное. Энтропия перестает возрастать: она достигает своего верхнего предела. Представим, например, что описанное выше правило удвоения я применил к исходному числу тридцать раз. Вы уже не имеете никакого представления о том, какое число у меня получилось. Ведь после тридцати итераций число, которое исходно было между четырнадцатью и пятнадцатью, теперь вполне может быть любым числом от одного до ста.

Нам могло бы показаться, что энтропия (число вопросов, которые нужно задать, чтобы узнать результат) равна тридцати. Ведь мы же видели, что энтропия увеличивается на один после каждого применения правила. После первого она равна одному, после второго — двум, после третьего — трем и так далее. После тридцатого она будет равна тридцати, так ведь?

Не так. Совсем не так. Как мы видели в предыдущей главе, теперь, чтобы узнать получившееся значение, лучше всего задавать вопросы для нахождения числа от одного до ста. Сначала мы спросим “Это число больше пятидесяти?” — и будем следовать той же процедуре, которую описывали для нахождения числа от одного до двадцати. Нарисовав такое же дерево ответов, как мы рисовали для двадцати, мы выясним, что среднее число вопросов, которое потребуется, чтобы отгадать число между одним и ста, равно 6,72.

Теперь нет никакого смысла следить, сколько раз мы применили правило удвоения. Применили мы его 30 раз или 31, энтропия точно та же, что и после его применения 100 раз или 131. Сколько бы ни прошло времени, подход одинаков. Сколько бы раз я ни применил правило удвоения, энтропия равна 6,72 и стратегия будет одна и та же.

Пример с числами кажется несколько искусственным, однако физики при моделировании взаимодействия частиц сле-



дуют тому же принципу. Если, например, мы можем измерить исходную скорость и направление движения белого<sup>1</sup> бильярдного шара после удара кием, то мы можем (с разумной точностью) предсказать его положение после столкновения с другим шаром. Но каждая небольшая ошибка увеличивается с каждым столкновением. Представим, что мы загорюдились все лузы и сыграли тридцать раундов. Предсказать, где после этого окажется белый шар, будет исключительно трудно даже с помощью математических моделей и при условии, что мы с очень высокой точностью знаем, с какой силой делался каждый удар и где находятся все остальные шары. И трудно будет именно потому, что начальная ошибка увеличивается с каждым столкновением.

Инженеры, подобные Маргарет Гамильтон, могут решать эту проблему за счет более точных измерений (получая большее число знаков после запятой) — чтобы иметь возможность точнее отслеживать положение отдельных бильярдных шаров. Контроль становится более жестким, и хаос удается избежать за счет тщательного отслеживания всех подробностей.

Другой способ борьбы с хаосом — пустить его на самотек. После тридцати применений правила удвоения или тридцати раундов безлузного бильярда детали теряют значение. Хаос означает, что нет смысла отслеживать начальное положение или пошаговую динамику; неважно даже, сколько именно сделано шагов. Теперь все нужно начинать сначала, как если бы мы ничего не знали и просто задавали вопросы. Шар на левой стороне стола? В верхней половине? И так далее.

То же справедливо и для жизни в целом. Каждая пройденная нами дверь в метро, каждый встреченный человек, каждое решение выпить или не выпить кофе, выйти или не выйти в дождь из дома вносят в нашу жизнь мельчайшие изменения. С течением времени энтропия растет. Как бы хорошо мы ни знали себя сегодня, мы не можем знать, что ждет нас в будущем.

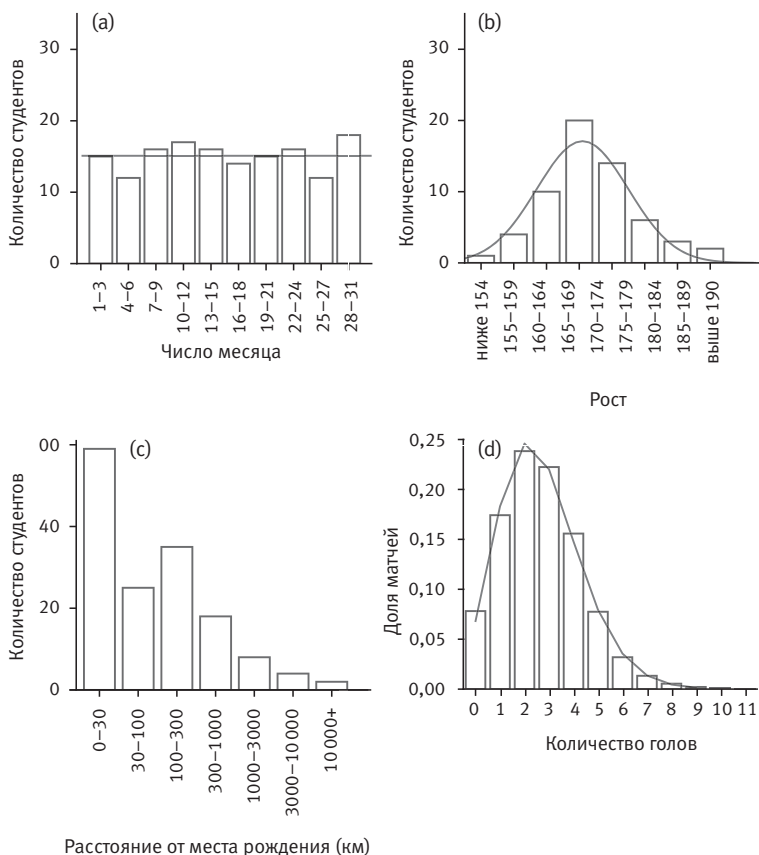
1 Здесь рассматривается та разновидность бильярда, где шар, по которому ударяют кием, имеет белый цвет.

## Распределения в жизни

**Н**евозможно жить все время так, как будто ты находишься в центре управления полетом. Приходится ослаблять контроль. А когда ты это делаешь, энтропия возрастает. Зато возникает новая возможность. Ты начинаешь видеть мир не в терминах жесткой определенности, а несколько размытым — как пространство возможных вариантов.

Для конкретизации этого утверждения давайте обратимся к эксперименту, который я провожу со студентами, начинающими изучать статистику. Слушателям этого курса приходится много заниматься теорией, а также учиться разработке статистических моделей на компьютере вычислительного центра и построению графиков. Но я считаю, что студенты должны понимать, что и сами они — часть случайного мира. Поэтому, когда мне кажется, что они готовы к численным характеристикам своего существования, я предлагаю им отложить в сторону ручки и надеть куртки (обычно это бывает в холодный ноябрьский день в Швеции) — мы выходим на улицу.

Я веду их в четырехугольный университетский дворик. Там я заранее провел мелом одиннадцать параллельных линий на расстоянии примерно полутора метров друг от друга. У меня получилось что-то вроде десяти беговых дорожек, которые я пометил числами 1–3, 4–6, 7–9 и так далее до 28–31. Я прошу каждого стать на ту дорожку, которая соответствует дню его рождения.



**Рис. 17.** Типичные распределения. (а) Равномерное распределение дней рождений. Вероятность попадания дня рождения в любой диапазон, кроме 28–31, одинакова. (б) Нормальное распределение ростов (в данном случае студенток) имеет колоколообразную форму. (с) Расстояние до места рождения студента — распределение с длинным хвостом<sup>1</sup>. Большинство студентов учится на расстоянии не более 300 км от места своего рождения, но для некоторых это расстояние превышает 3 000, а то и 10 000 км. (д) Голы в футбольных матчах подчиняются распределению Пуассона. Столбцы соответствуют реальным данным; линии изображают теоретические кривые: (а) — равномерное распределение, (б) — нормальное распределение, (д) — распределение Пуассона.

<sup>1</sup> В статистике такое распределение принято называть распределением Парето.

При этом образуется гистограмма, сходная с изображенной на рисунке 17а. На каждой дорожке оказывается примерно одинаковое количество студентов — такое распределение называется равномерным. Хотя имеются и небольшие отклонения: как я уже сказал, не на всех дорожках стоит одно и то же количество студентов, и к тому же дорожка 28–31 слегка отличается от остальных, потому что включает в себя дополнительную “половину дня” — за счет тех месяцев, в которых есть 31-е число. Тем не менее дни рождения студентов распределены довольно равномерно.

То, что студенты ежегодно выстраиваются сходным образом, неудивительно: дата рождения человека — число случайное. Примечательно то, что я не могу заранее предсказать конкретную гистограмму, *потому что* она случайна. Подумайте обо всех факторах, повлиявших на рождение каждого из моих студентов. Случайная встреча его будущих родителей однажды в баре или многолетняя дружба, переросшая в любовь. Долгие обсуждения, когда завести ребенка, или страстная ночь, приведшая к неожиданному, но радостному результату. Распределение дней рождения весьма предсказуемо, хотя день рождения каждого конкретного человека совершенно непредсказуем. Если все студенты моего курса объявят, что родились четырнадцатого числа, это будет удивительно, но не случайно. Я могу подумать, что они просто шутят в отместку за то, что я заставил их выстроиться ноябрьским утром в холодном дворе.

Только по-настоящему случайные события открывают нам новый взгляд на окружающее.

Разные человеческие характеристики имеют разное частотное распределение. Чтобы это проиллюстрировать, я прошу студентов встать на дорожки, соответствующие их росту. Первая дорожка помечена словами “ниже 150 см”, вторая — “150–154 см” и так далее до “185–190 см” и “выше 190 см”. Студенты перемещаются влево-вправо в поисках нужной дорожки. Постепенно проявляется закономерность. Го-

ловы десяти человек, стоящих в первых рядах дорожек, становятся точками на кривой, соединяющей самого низкого человека с самым высоким. Стоя на возвышении, я вижу очевидную закономерность, касающуюся длины дорожек, — студентам я позже покажу ее на фотографии. На дорожке, помеченной “ниже 150 см”, размещается всего несколько девочек, на дорожке “выше 190” — всего несколько мальчиков, на промежуточных дорожках студентов больше. Для девочек самой многочисленной оказывается дорожка “165–170 см”, а для мальчиков — “180–185 см”.

Типичная форма этих кривых показана на рисунке 17b. Это нормальное распределение, которое характеризуется двумя числами: средним ростом студентов (про средние значения мы говорили в самом начале книги) и стандартным отклонением, определяющим разброс (ширину колокола). Если рост студентов колеблется в широком диапазоне, колокол получается широким. Если различия невелики, колокол получается узким.

Потом я прошу их распределиться по дорожкам в зависимости от того, сколько километров до места их рождения. В этом случае дорожки промаркированы надписями: 0–10 км, 10–30 км, 30–100 км, 100–300 км, 300–1 000 км, 1 000–3 000 км, 3 000–10 000 км, 10 000+ км. Большинство родилось не далее 300 км от шведского города Уппсала, где я веду занятия. Но есть и выходцы из более отдаленных регионов Швеции, и даже те, кто приехал совсем издалека. Гистограмма состояний показана на рисунке 17с. Большинство студентов окажутся возле 100-километровой медианы (средней точки), но несколько студентов проделали путь в 5 000 км, то есть в пятьдесят раз больший. Это распределение называется распределением с длинным хвостом, потому что, в отличие от колоколообразного распределения, здесь несколько человек окажутся в самой дальней части участка, в хвосте справа. Оно весьма отлично от распределения ростов: для студентов медиана равна 167, и у меня точно никогда не училась

студентка в пятьдесят раз выше: это была бы великанша ростом 83,5 м.

Есть еще одно распределение, о котором я хочу здесь рассказать... но вот как его проиллюстрировать с помощью студентов, я пока не придумал. В начале XIX века Симеон Пуассон доказал, что если события происходят в случайные моменты времени и независимо друг от друга, то для них типично специфическое распределение: распределение Пуассона (рис. 17d). Например, во время футбольного матча голы забиваются неравномерно и то, что команда забила гол, допустим, на семнадцатой минуте, никак не влияет на вероятность забить мяч на шестьдесят пятой (или любой другой) минуте матча. Голы забивают редко и в случайные моменты времени, поэтому они подчиняются распределению Пуассона. Это же распределение отражает количество несчастных случаев на производстве и число получаемых вами ежедневно звонков.

После того как студенты поучаствуют в экспериментах по созданию человеческих гистограмм, я предлагаю им построить распределение для каких-то аспектов их собственной жизни. Вот только несколько примеров построенных ими распределений: стоимость аренды жилья в пригороде (нормальное распределение), возраст студентов-химиков (распределение с длинным хвостом), очки в баскетболе (нормальное), число членов студенческих организаций (распределение с длинным хвостом), количество смертей от злоупотребления алкоголем в год в Северной Швеции (нормальное), длина слов в различных языках (распределение Пуассона), время, проведенное в очереди, чтобы разогреть обед в микроволновке (распределение Пуассона), количество слов в названиях учебников (распределение Пуассона), время прихода студентов на первую утреннюю лекцию (нормальное), количество самоубийств в Швеции в год (нормальное), количество выпадений “орла” при подкидывании монеты (нормальное), рейтинг эпизодов “Игры престолов” (нормальное), лучшее время сезона

для заплывов вольным стилем на сто метров (нормальное), продолжительность автобусной поездки в университет (нормальное), количество разговоров персонажей по телефону в эпизодах телесериала “Девочки” (распределение Пуассона) и так далее. Хотя реальные данные порой не очень точно ложатся на соответствующую кривую, тем не менее нельзя не заметить, как много разных аспектов нашей жизни описываются четырьмя данными распределениями.

Эти распределения играют важнейшую роль в широком спектре приложений, но я не собираюсь дальше углубляться в их описание. Я упомянул их здесь для иллюстрации общей идеи: поскольку эти четыре типа распределений хорошо нам знакомы, мы не удивляемся, узнав, что чей-то рост составляет 175 см, что он родился на расстоянии 1 750 км от нас или что его день рождения 22 числа, забывая при этом, что указанные данные — порождение хаоса. В этом разделе мы уже видели, что контролировать все невозможно, потому что мы не все знаем. Нельзя измерить всех бабочек. Но если это понять и смириться с ситуацией, то произойдет удивительная вещь. Все эти случайности порождают вполне определенное распределение результатов. В итоге наша способность прогнозировать результат возвращается к нам в новой форме. Распределения описывают и случайное, и типичное.

Случайность не является полностью непредсказуемой. Совсем наоборот! Случайности распределяются предсказуемым образом, давая полезные модели для изучения мира.

## Игры в слова

**П**осле ужина Клод Шеннон и Бетти Мур — а они стали ежедневно ужинать вместе — обычно шли к нему домой. В такие вечера Клоду всегда хотелось занять мозг чем-то интеллектуальным. Сначала они садились за карты или играли в настольные игры, а потом музицировали: она играла на пианино, а он — на кларнете.

Но вскоре Бетти поняла, что одних салонных игр Клоду недостаточно. Он нуждался в чем-то творческом не только на работе, но и дома.

Поэтому они начали придумывать собственные развлечения, связанные со словами. Например, она читала вслух половину фразы из какой-то книги, а он должен был ее закончить. В этих играх слова часто превращались в числа. Клод мог, допустим, предложить Бетти угадать, сколько раз слово *the* встретится на определенной странице книги: Бетти тоже была математиком и не меньше Клода любила находить закономерности.

Бетти хорошо помнила их первый совместный вечер, когда они разговаривали о двоичном кодировании букв и о его статье про энтропию, и однако только через некоторое время заметила, в каком направлении развивались их словесные игры. Как-то вечером он, заранее написав на листке бумаги текст, предложил ей буква за буквой отгадать его. А он, мол, будет записывать, с какой попытки она



угадывает каждую букву. Это же не игра, подумала она, это эксперимент.

Первой Бетти назвала букву *T*, предположив, что текст начинается со слова *the*. Верно. Клод записал единицу. Потом она сказала: *H* и *E*. Она снова угадала, и Клод записал еще две единицы.

— Дальше должен быть пробел, — предположила Бетти.

— А вот и нет, — засмеялся Клод, довольный, что сумел запутать ее первым словом. — Попробуй снова.

— Тогда *Y*, как в *THEY*?

Ошибка. Ей пришлось задать пять вопросов, прежде чем она смогла назвать правильную букву: *R*. Клод записал: 5. Следующую букву отгадать было проще: *E*, первое слово *THERE*. После этого два слова отгадались легко: 1–2 вопроса на каждую букву.

*THERE IS NO...*

Тут она застряла. Продолжение могло быть любым. Ей понадобилось задать пятнадцать вопросов, чтобы угадать первую букву четвертого слова: *R*. Вторую букву (*E*) она угадала с первой попытки (это самая частая буква, напомнила она Клоду), а вот для следующей (*V*) понадобились семнадцать вопросов.

*THERE IS NO REV...*

Теперь дело пошло быстрее, и через несколько минут он записал целиком первую фразу

*THERE IS NO REVERSE ON A MOTORCYCLE*<sup>1</sup>

После того как она отгадала вторую фразу, Клод показал ей свои записи:

1 У мотоцикла нет заднего хода (англ.)

T H E R E I S N O R E V E R S E O N A M O T O R C Y C L E  
 1 1 1 5 1 1 2 1 1 2 1 1 1 5 1 1 7 1 1 1 2 1 3 2 1 2 2 7 1 1 1 1 4 1 1 1 1  
 A F R I E N D O F M I N E F O U N D T H I S O U T  
 3 1 8 6 1 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 6 2 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1  
 R A T H E R D R A M A T I C A L L Y T H E O T H E R D A Y<sup>1</sup>  
 4 1 1 1 1 1 1 1 1 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 6 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

— Хорошо справляешься, — оценил Клод.

Из 101 символа (буквы и пробелы) Бетти с первого раза угадала 78. Сложнее всего было угадать первую букву слова.

— Мне кажется, я знаю, зачем ты это сделал, — откликнулась Бетти.

По ее мнению, Клод не проверял ее способность отгадывать буквы, а измерял предсказуемость английского языка. Если бы английский был совершенно случайным, то с помощью вопросов типа “Эта буква стоит в алфавите раньше *N*?” (если бы было разрешено задавать такие вопросы) она бы угадывала каждую букву в среднем за 4–5 вопросов. Поскольку, объясняла она, после ответа на первый вопрос число возможных вариантов сводилось бы к тринадцати или четырнадцати. Ведь раньше *N* стоит тринадцать букв и после нее — тоже тринадцать (если добавить пробел в качестве двадцать седьмого символа). После второй догадки (к примеру “Эта буква стоит раньше *G*?”) число вариантов снизится до шести или семи, после третьей — до трех или четырех, после четвертой — до одной или двух, а пятый вопрос гарантированно даст верный ответ (аналогичную стратегию мы ранее рассматривали при отгадывании чисел).

Клод подтвердил, что она права. Он думал о том, как измерить энтропию английского языка. Понять, сколько избыточности в нашем общении. Эксперимент подтвердил, что если бы он должен был послать Бетти это сообщение, ему не нужно было бы пересылать все буквы. Многие из них она

1 Мой друг узнал об этом на днях довольно драматичным образом (англ.)

могла угадать сама. Для инженера связи это была бесценная информация. Это означало, что по телеграфу можно отправлять более короткие сообщения.

— Если мы и впредь собираемся так проводить вечера, то нужно правильно организовать эксперимент, — заявила Бетти, подходя к книжным полкам и беря в руки один из шести томов биографии Томаса Джефферсона, которую написал Дюма Мэлоун (*Jefferson the Virginian*).

— Ты это читал?

Клод признался, что не читал.

— Прекрасно, — сказала Бетти. — Значит, выбираем эту книгу.

В последующие недели Бетти и Клод по очереди каждый вечер брали из биографии Джефферсона последовательно-сти из 101 символа и проверяли, сколько нужно задать вопросов для их отгадывания. Порой они даже двигались по тексту справа налево, начав угадывать с последней буквы. Хотя отгадывать с конца обоим было труднее, количество вопросов от этого увеличивалось не сильно. По их подсчетам, после того как угаданы восемь букв, на каждую следующую тратится 1–2 вопроса.

Если задавать вопросы типа “Эта буква стоит в алфавите раньше *N*?” (подразумевая, что все буквы равновероятны), каждую букву можно отгадать за 4–5 вопросов (или битов). А Бетти, полагаясь на свое знание языка, угадывала каждую букву за 1–2 вопроса.

— Это значит, что около половины того, что мы пишем, предсказуемо и избыточно, — подытожил Клод, — но примерно половина остается непредсказуемой и случайной. Вот она-то и содержит информацию.

## Выбор дороги

**Д**жон, Ричард, Бекки и Софи собрались на выходные в Котсуолдс. За рулем — Джон. Он смотрит на *Google Maps* и видит, что кратчайший путь — это автомагистраль М4. Включив GPS, он отправляется в путь.

Ричард считает иначе. Коллега сказал ему, что пятничные заторы можно объехать по сельским дорогам графства Оксфордшир. Он объясняет это Джону, но тот уже принял решение. По его словам, ехать по GPS надежнее и быстрее.

Все идет хорошо, пока они не добираются до Суиндона. Уже после их выезда из Лондона на дороге сломался грузовик, и одна из полос автомагистрали перекрыта. Образовалась пробка. Похоже, что они потеряют на этом не меньше часа.

— А я предупреждал! — восклицает Ричард. — Предлагал ехать проселочными дорогами!

— Теперь легко говорить, — возражает Джон. — Я же опирался на имеющуюся информацию! *Google Maps* не могли предвидеть, что грузовик сломается.

— Так я и знал! — продолжает Ричард. — Приложениям нельзя доверять.

Бекки и Софи, весело болтавшие на заднем сиденье, замолкают. Атмосфера в машине сгущается.

Когда что-то идет не так, спор часто развивается по сценарию “Я же говорил” и “В то время это был лучший вариант”. Это относится не только к мелким решениям, касаю-

щимся выбора дороги или того, брать или не брать зонтик, но и к более серьезным вопросам — вроде переезда в другой город или перехода на новую работу. Когда ситуация отклоняется от плана, легко винить в этом тех близких, кто участвовал в принятии решения.

Хаотическое мышление учит нас, что значительная часть нашего мира всегда случайна и не поддается прогнозированию. Именно эту часть измеряет энтропия. Она измеряет сломавшийся на М4 грузовик, кучи листвы на рельсах, повреждение поясицы во время футбольного матча на дне рождения сына, забытый дома школьный завтрак, соскочившую по дороге на экзамен велосипедную цепь, сорвавшийся важный контракт и даже незапланированного (хотя и желанного) младенца.

Энтропия всегда с нами, ее порождает хаос. Она не прогнозируема, и с этим ничего не поделаешь.

Сделав неудачный выбор, люди сердятся, отождествляя себя с принятым решением, хотя никто не может точно знать, что произойдет в будущем. Когда все идет наперекосяк, в негативной оценке сделанного выбора столько же неопределенности, как и в момент принятия решения. Упрек “надо было предвидеть” редко бывает справедлив. Чаще всего мы просто не могли ничего предвидеть. И говорить “в то время это был наилучший выбор” тоже не стоит, потому что весьма вероятно, что существовали и другие — столь же ненадежные — возможности.

Мы не знали этого тогда, как не знаем и теперь.

Вместо того чтобы связывать самооценку с принятым решением, нужно в момент его принятия отдавать себе отчет: мы не знаем, приведет ли оно к хорошему результату. Такое признание — не признак слабости. Из него не следует, что мы плохо все продумали. Просто мы принимаем в расчет хаос и неопределенность. Понимаем, что не все в жизни контролируем. Мы постоянно играем в угадайку, не зная, выигрыш нас ждет или проигрыш.

Помолчав немного, Джон поворачивается к Ричарду:  
 — Ты был прав. Ты предлагал лучший путь. Извини.  
 — Ничего страшного, — откликается Ричард. — Кто мог знать это заранее? А на проселке мы могли бы наехать на корову.

Обстановка разряжается, пробка рассасывается, и наши друзья (вероятно) удачно проведут выходные.

Мы узнали о трех из четырех способов мышления, и они дают основу для решения массы каждодневных проблем. Первым был статистический подход: надо знать числа. Любой факт, который придет вам в голову, — от процента людей, моющих руки после посещения туалета (20 % в мире), до доли населения, желающей полететь в космос (49 % британцев этого не хотят, даже если бы это было безопасно), — можно узнать с помощью пары кликов. Но при этом важно понимать, что числа обычно не несут информацию о том, что нам делать или как взаимодействовать с окружающими.

Тут на помощь приходит интерактивный подход: проанализируйте, как ваши действия влияют на окружающих и как вы позволяете их действиям влиять на вас. Посмотрите внимательнее на правила поведения, которым следуете вы и которым следуют ваши близкие, чтобы понять, как вы попали в цикл, где делаете то, чего не хочется, или ведете бессмысленные споры. Затем решите — и тут подключается хаотический подход, — какие стороны вашей жизни вы хотите плотно контролировать, а какие — пустить на самотек. Невозможно контролировать не только все в своей жизни, но даже и ее мельчайшую часть. Будьте готовы к случайностям.

Пустив дело на самотек, отнеситесь к этому со смирением. Если вы не знаете, что происходит вокруг, задавайте вопросы. Не теряйте терпения с людьми, которых трудно понять. Чем сложнее ситуация, тем большему вам нужно научиться. Энтропия никогда не снижается. Чем больше прошло времени, тем меньше вы знаете. Помните: вы решили

пустить все на самотек, поэтому нет никакого смысла при-  
творяться, что вы знаете то, чего не знаете. Иногда вам удастся  
найти дорогу в хаосе; иногда успеха добьется ваш друг или  
коллега. Не приписывайте себе успех, если вам просто по-  
везло, и не завидуйте другим, если повезло им.

Нет ничего проще, чем сказать себе, оглядываясь назад  
в случае неуспеха: “если бы только я тогда последовал совету”  
или “если бы я тогда доверился интуиции”. Если вы приняли  
неудачное финансовое решение, вступили в неудачные от-  
ношения или выбрали неправильную карьеру, легко попасть  
в ловушку, начав винить себя или окружающих за неправиль-  
ное решение. Конечно, нужно выяснять, что пошло не так,  
и учиться на своих ошибках. Но при этом нужно помнить,  
что вы не знаете, что ждет вас в будущем. Не вините себя —  
вините энтропию, которая никогда не уменьшается.

## Море слов

**В** пятницу после лекции в Институте Санта-Фе я увидел, что Эстер сидит на террасе в одиночестве, глядя на открывающийся перед ней ландшафт. Институт располагался в горах на окраине города — пейзаж был полупустынным.

Я подошел к ней.

Мы не разговаривали с того вечера в библиотеке, несколько дней назад.

— Мне кажется, я понял, что ты имела в виду, говоря о двадцати вопросах, — сказал я.

Она, лишь слегка кивнув в ответ, все так же смотрела вдаль. И я продолжил: не следует считать, как это делает Руперт, что все мы — среднестатистические, или пытаться доказать, как Паркер, что существуют детерминированные и предсказуемые взаимодействия. Хаос неизбежно берет верх, и мы имеем дело с распределением результатов. Вот про это распределение и нужно задать двадцать вопросов. Человечество следует рассматривать как совокупность людей разного роста и веса, с разными предпочтениями, идеями и прочим. Каждый человек отличается от других, но каждого можно понять, если задать нужное количество вопросов. А группы людей можно понять, глядя на их распределения по различным характеристикам.

В примере Бетти для расшифровки четырех букв требуются два вопроса. Двадцать вопросов позволяют рассмотреть более



миллиона вариантов (точнее  $2^{20} = 1\,048\,576$ ). Тридцати вопросов достаточно для миллиарда вариантов. Сорок вопросов — это чуть более триллиона. Задавая вопросы и строя диаграммы распределения, мы можем получить эскиз всего человечества.

Чуть поразмыслив, Эстер согласилась: “Хорошо сформулировано”.

Теперь задумался я. Меня все еще что-то беспокоило. Мне не нравилось сведение людей к единицам и нулям. К ответам “да” и “нет”. Неужели мы просто точки на кривых распределения?

— Вот только я не могу понять, — произнес я наконец, — какой во всем этом смысл, если мы лишь единицы и нули?

— Что, снова думаешь о Лили-Роуз и смысле жизни? — улыбнулась Эстер.

— А тебя разве не интересует смысл жизни?

— Я — шведка, поэтому мой ответ “нет”. Мы проходим смысл жизни в старших классах. Нам последовательно рассказывают о каждой из религий, а потом объясняют, что верного ответа не существует. Выбор за нами. Мы можем верить во что хотим. А после школы мы уже взрослые люди и нам вообще не нужно об этом думать.

Я не знал, что ей ответить. Может, это специфический скандинавский юмор, а может, констатация факта.

— Честно говоря, — продолжала Эстер, — я прошла через это, когда мне было пятнадцать.

Она в точности помнила, что тогда произошло. Она сидела так же, как сейчас сидим мы, но пейзаж перед ней открывался другой: морское побережье возле их семейной дачи. Лето уже кончалось, и все каникулы она провела в этом летнем домике, за чтением, сопротивляясь попыткам родителей брать ее с собой в поездки по окрестностям.

У Эстер существовал план: прочесть всех классиков, которых можно было найти в небольшой местной библиотеке, причем в порядке фамилий, обратном алфавитному. Прочитав и полюбив Джейн Остин (*Jane Austen*), она стала подо-

зреть, что лучше этой писательницы никого нет. Не желая разочаровываться в каждой новой книге, она решила начать с авторов на букву *Z*. Сначала дело шло быстро: Вирджиния Вульф, Толстой, Томас Манн, Харпер Ли, Хемингуэй, Томас Харди, Скотт Фицджеральд<sup>1</sup>. Но потом она добралась до *D* — Достоевский и прочитала то ли восемь, то ли девять томов, начиная с относительно небольшого романа “Преступление и наказание” и кончая толстенными “Братьями Карамазовыми”. На последнем романе девушка чуть не сломалась. Книга была полна некоего глубокого смысла, она словно бы вобрала в себя все более ранние произведения Достоевского. Казалось, этот роман был написан ради того, чтобы сообщить нечто, никем прежде не сказанное.

Дочитав наконец “Братьев Карамазовых”, Эстер пошла посмотреть на море. Привести в порядок мысли.

Глядя на воду, она вдруг подумала, что слова из книг Достоевского могут быть подобны морским волнам. Чем больше она смотрела на море, тем больше видела мелких подробностей, изменений, вносимых ветром. И в то же время все оставалось неизменным: море привычно и неспешно колыбалось. Она могла не понимать каждую отдельную волну — откуда та пришла или куда направляется, — но море она понимала. Это было просто море. Возможно, и ее отношения с Достоевским были такими же. Его слова перекачивались через нее, мерцая на разные лады, но в итоге книга оставалась неизменной. Значит, она провела лето, всего лишь читая слова. Ни больше и ни меньше.

Эстер подумала о расположении всех молекул воды в море, а потом обо всех возможных сочетаниях слов, прочитанных или не прочитанных ею. И решила, что продолжать чтение не стоит, потому что впереди ее ждет то же самое: типичные слова, которые типичный классик написал в своей типичной великой книге. Теперь она ощущала литературу так же, как

1 Порядок чтения Эстер определялся английским алфавитом.

ощущала море. Дальше она может просто с удовольствием перечитывать Остин, будучи уверенной, что море всегда рядом.

Через несколько лет Эстер поступила в университет, начала изучать компьютерные науки и узнала, что данные можно представлять в виде двоичных кодов. Лекторы рассказали, что все является битами информации: волны, как морские, так и световые, и слова, как произнесенные, так и написанные. Они показали, как наиболее эффективно эти слова кодировать, превращая в биты. Это позволяло рассылать их по всему свету в виде маленьких световых пакетов точно так же, как океанские течения переносят воду. Именно это она почувствовала в тот день, когда смотрела на волны: биты, только биты — единицы и нули. Ничего больше.

Она узнала об энтропии и случайности. Изучила равномерное распределение, нормальное распределение, распределение с длинным хвостом, распределение Пуассона и другие статистические технологии.

И поняла одну вещь — которую, как ей казалось, ее научный руководитель Паркер осознал не до конца: эти распределения решают кучу сложных задач.

— Я имею в виду, что хоть Руперту и стоит овладеть всеми этими техническими приемами, но он не зря критикует подход Паркера в целом.

Эстер сказала, что ее раздражает то, как Паркер рассказывает о модели хищник-жертва, о хаосе и динамике: как будто в них всех есть нечто большее, чем они на самом деле являются. Ей казалось, что он создает ощущение какого-то волшебства, а ее интересовали в первую очередь математика и статистика.

Совсем как с Достоевским. Столько ненужных слов...

— Как ни странно, — объясняла Эстер, — похоже, что Паркер не усвоил главную суть энтропии: в сообщении нужно искать информацию, избавляясь от шума. А он дополняет свои сообщения ненужной ерундой.

Она поняла, что этому есть альтернатива. Это произошло, когда она стала читать статьи Клода Шеннона. Ее особенно

вдохновило исследование энтропии языка, проведенное им совместно с женой, Бетти. Они предложили способ предсказания следующей буквы или слова на основании знания предыдущих. Недавно, когда произведения Достоевского стали доступны онлайн, она и сама проделала то же самое. И обнаружила, что с помощью теории Шеннона может предсказывать следующее слово во фразе Достоевского на основании слов предыдущих. Не со стопроцентным попаданием, конечно... и тем не менее у его прозы оказалась вполне определенная четкая структура. Даже самые сложные тексты укладывались в предсказуемое распределение.

Упор на информацию был центральной идеей того, что, как мы слышали, обсуждалось в Стэнфорде: глубинный анализ данных, или майнинг данных. Там были два постдока — Сергей Брин и Ларри Пейдж, которые собирались осенью прочесть курс, посвященный этому подходу. Она закончила магистратуру у Паркера и, хотя он пригласил ее к себе в аспирантуру, решила поехать в Калифорнию, чтобы поучиться у Брина и Пейджа.

Подумай о Всеобщей паутине, сказала Эстер, обо всем, что можно найти, открыв *Mozilla*. Но сосредоточься не на содержании страниц, а на связях между сайтами: какая страница связана с какой? Какие сайты более популярны? Неважно, что ты прочтешь на конкретной странице, важно то, что у некоторых страниц больше связей, чем у других. Если мы сумеем посчитать распределение популярности сайтов, мы поможем людям находить нужную информацию.

В будущем, прогнозировала Эстер, у нас накопятся массивы информации о людях: что они читают онлайн, какие телепрограммы смотрят, что покупают в супермаркетах, с кем дружат... Выборы, которые люди делают в интернете, можно представлять себе в виде последовательности единиц и нулей. Каждый щелчок мышью — это решение, чего они хотят, а чего — нет. Мы сможем предсказывать эти решения и разрабатывать алгоритмы, автоматически определяющие нуж-

ную людям информацию, продукты, которые они могли бы купить...

— Разве тут не кроется нечто большее? — спросил я. — Нельзя же смотреть на людей только с точки зрения того, как часто они посещают те или иные сайты? Так же как Достоевского не нужно отождествлять с морем слов. У него есть содержательные высказывания.

— Может, да, а может, нет, — откликнулась она, — но я сейчас не об этом.

Эстер объяснила, что, думая о работе, интересуется лишь тем, что можно измерять и прогнозировать. Мы — ученые, говорила она, мы проводим измерения. Измеряем давление и температуру моря, размер волн. Она обнаружила, что частота различных слов в произведениях Достоевского подчиняется распределению с длинным хвостом, как и число связей между веб-страницами. Структуру интернета можно рассматривать с позиции распределения и энтропии.

— Твоя подруга Лили-Роуз может, конечно, рассуждать о звездах, нашем мозге и всяком таком, а вот Паркер — нет. По крайней мере, не здесь. Не на работе. Если что-то можно измерить, мы должны это сделать. Во всем есть закономерности. Если их найти, их можно обсуждать. С их помощью можно помогать людям отыскивать нужную информацию. Если же закономерностей нет, говорить не о чем. И тогда нужно молчать.

Мы сидели в тишине и смотрели на пейзаж — на равномерно разбросанные по склонам холмов кусты: заросли с небольшим уровнем энтропии.

Казалось, все вокруг замерло — и тут я вдруг почувствовал, что понял слова Эстер о море. Представление о мире, закодированном единицами и нулями, дарило безмятежность. Описание мира через распределения, энтропию и правдоподобие успокаивало.

Есть ли что-нибудь помимо этого? Или я достиг конца своего путешествия?

## **КЛАСС IV: сложное мышление**



## Международный конгресс

**А**ндрей Николаевич Колмогоров стоял у доски и ждал. Он нервничал, что было ему несвойственно. Выступая перед небольшой группой аспирантов, с которыми он проводил по выходным интенсивные занятия у себя на даче, или перед учениками и учителями школ, куда его приглашали, академик чувствовал себя совершенно уверенно. В Советском Союзе Колмогоров вызывал всеобщее восхищение. Ему, несмотря на отсутствие влиятельных связей, удалось добиться в научном мире настолько высокого статуса, что его поездку в Ниццу в 1970 году одобрили незамедлительно, хотя для многих его коллег подобное путешествие было бы невозможным. Интеллект и научные достижения служили ему надежной броней.

Но на этой сцене, перед этой большой аудиторией все было иначе. Ему предстояло обратиться к участникам Международного конгресса математиков, проводившегося раз в четыре года. На нем сливки математического мира присуждали медаль Филдса. Колмогоров знал, что в зале присутствуют многие члены группы Бурбаки. В группу входили в основном парижские ученые, истово преданные математике. Под псевдонимом “Николя Бурбаки” они издали серию учебников “Элементы математики”. Проект был нацелен на разработку наистрожайшего подхода к этой дисциплине. Авторы считали, что он должен стать основой не только для научных исследований, но и для преподавания математики в школе, начиная с младших классов.



Присутствие в зале этой группы ощущалось настолько явно, что Колмогоров был выбит из колеи. Коллективный Бурбаки пристально смотрел на него, точно требуя, чтобы его выступление соответствовало установленным французской группой строгим канонам. Хуже, чем Политбюро, подумал Андрей Николаевич. Он знал, что — рассуждая логически — ему не о чем беспокоиться. В конце концов, сорок лет назад, в молодости, он сам заложил основы теории вероятностей, которая сыграла ключевую роль в проекте Бурбаки. Ну, а после этого он решил столько важных математических задач, что среди французских математиков прошел слух, будто Андрей Колмогоров — это не конкретный человек, а русский Николя Бурбаки, то есть коллективный псевдоним сразу нескольких ученых. Но он, разумеется, был конкретным человеком. И очень нервничал.

Он хотел рассказать Бурбаки то же самое, что рассказывал студентам, школьным преподавателям и двенадцатилеткам с широко распахнутыми глазами, которых ему доводилось учить: обсудить небольшие интересовавшие его проблемы, лежавшие, по его мнению, на границе между *тривиальным и недоступным*<sup>1</sup>. Казалось, что справиться с ними под силу даже школьнику, однако же они могли поставить в тупик и опытейших профессоров. А потом Андрей Николаевич собирался объяснить, почему такие великие проекты, как их “Элементы математики”, всегда обречены на провал.

Наконец он заговорил.

— Мне хочется начать с некоторых соображений, выходящих за рамки основной темы моего доклада<sup>2</sup>, — сказал он, надеясь подготовить аудиторию к тому, что произойдет.

Произнеся эти слова, он понял, что отступить некуда: придется идти до конца. И изложить все так, как ему видится.

— Чистая математика благополучно развивается как по преимуществу наука о бесконечном, — произнес он уже более

1 Формулировка А. Н. Колмогорова.

2 Здесь и далее цитируется доклад А. Н. Колмогорова на Международном конгрессе математиков (Ницца, 1970 г.).

уверенно. — И сам основатель концепции формализованной полностью финитной математики — Гильберт — предпринял свой титанический труд лишь для того, чтобы обеспечить за математиками право оставаться в “Канторовом парадизе” теории множеств.

Аудитория ахнула. “Титанический” проект Давида Гильберта представлял собой знаменитый набор из двадцати трех математических проблем, обнародованный за семьдесят лет до того на Международном конгрессе математиков 1900 года. Предполагалось, что решение этих проблем позволит считать математический подход единственно допустимым при проведении строгих рассуждений. Гильберт хотел, чтобы математика стала бесконечной, всеобъемлющей и все объясняющей наукой. И вот теперь Колмогоров, некоторые ранние работы которого сыграли ведущую роль в развитии проекта Гильберта, утверждал, что великому математическому кораблю суждено потерпеть крушение.

В качестве примера трудностей, стоящих перед проектом Гильберта, он указал на определение, которое Бурбаки дали в своих “Элементах математики” числу один. Для Колмогорова и для любого школьника число один — это число один. В нем нет ничего сложного. А вот Бурбаки, приступая к определению этого числа, начали с определения метода рассуждения, в основе которого лежат диаграммы Венна, иллюстрирующие отношения между множествами объектов. И только определив — с помощью многих страниц жонглирования символами — множества объектов, они пришли к определению числа один.

Колмогоров считал этот путь ложным. Он заявил, что все их сложные рассуждения противоречат тому, как, по его наблюдениям, школьники осваивают математику, — опираясь на свою интуицию. Следуя подходу Бурбаки, школьнику предлагалось сначала освоить формальный мир диаграмм Венна — и только после этого он мог понять тот факт, что существуют один человек, одна корова и один доллар! Определять число

один следует, конечно, напрямую. Если определение сложное, то оно неверно.

Математика Бурбаки, сказал докладчик, потерпела провал на самом базовом уровне. Она делала простое сложным, оставляя в стороне подлинную сложность. Колмогоров заявил, что айсберг, на который напоролся “Титаник” Гильберта, — это компьютер. В будущем, объяснял он, проблемы, возникающие в физике и других точных науках, не будут формулироваться в терминах бесконечной математики, предлагаемых теорией множеств и диаграммами Венна, а будут сразу кодироваться в виде компьютерных моделей. Сегодня — как в Советском Союзе, так и в США — инженеры моделируют все подряд, от полета космических кораблей до экономики. Грядет эра алгоритмов: наборов инструкций, которые говорят студентам, как найти верный ответ, и компьютерных кодов, надежно реализующих эти инструкции.

Колмогоров понял, что сказал уже достаточно общих слов. В конце концов они собрались здесь, чтобы заниматься математикой, а не рассуждать о ней метафорически, упоминая тонущие корабли, парадиз бесконечности и пути, ведущие в рай Гильберта. Неожиданно он осознал, почему так нервничал перед началом доклада: после такого вступления можно представлять только по-настоящему новаторский результат, подобного которому аудитория еще не слышала. И в этот момент, взглянув на свои заметки, он понял, что такой результат у него есть.

Успокоившись, он посмотрел в зал и громко произнес: “Теперь, исходя из теории алгоритмов, я хочу пролить свет на фундаментальную математическую проблему: что значит, что что-то является сложным?”

Все Бурбаки молча подались вперед. Заявление о том, что советские компьютеры способны заменить собой веру в бесконечный математический парадиз, не могло их убедить. А вот логическая аргументация могла. Настало время слушать и оценивать...

# Матрица

— То, что описывает Эстер, — сказал мне Макс, — это матрица.

В субботу за ужином я пересказал Максу состоявшийся накануне разговор с Эстер.

Макс объяснил, что на базовом уровне она представляет мир таким, каким он видится многим компьютерщикам: бесконечным массивом единиц и нулей. Именно такое представление он называет матрицей. Ведь так математики называют числовые массивы. Но это наименование вызывает и массу ассоциаций, указывая на многозначность данных в современном мире.

Глядя на матрицу, Эстер спрашивает, какие ее части предсказуемы. Она знает о существовании случайности, но хочет свести ее на уровень, доступный пониманию. Ищет закономерности.

— Я уверен, — говорит Макс, — что такие люди, как Эстер, в ближайшие десятилетия станут крайне могущественными.

Напомнив мне о том первом вечере, который мы провели в баре, под гвалт спортивных каналов, Макс сказал, что такого рода шум постепенно станет доминировать во всем мире, а не только в американских барах. Искусственные виды спорта и онлайн-игры (вроде компьютерной игры *Doom*) станут более реалистичными и увлекательными. Мы засунем головы в шлемы виртуальной реальности. Общение перейдет на не-

бывалый прежде уровень. Всемирной паутиной станут пользоваться не только ученые и компьютерные фанаты, а все-все-все: болтая, споря, обмениваясь изображениями и звуковыми фрагментами, — непрерывно, одновременно и повсюду. Переключаясь с одного вида деятельности на другой, не отличая важное от обыденного, мы потеряем способность сосредотачиваться. Новости, спорт, политика, игры, мнения, факты и фантазии — все сольется в единый почти бесконечный источник энтропии.

— Люди, которые смогут сортировать и организовывать эту информацию, станут богатыми и успешными, — продолжал Макс.

Он сказал, что Эстер и ее будущие коллеги из Стэнфорда начнут добывать из матрицы ту информацию, которую массы находят наиболее увлекательной. А затем алгоритмы начнут генерировать искусственные версии текстов, музыки и картинок, порождая экспоненциальный рост матрицы. Макс полагал, что те, кто в это время будет просто смотреть в пространство, подобно Лили-Роуз, любующейся ночным небом, проигрывают. Они будут находить все больше и больше удивительного, но при этом разучатся отличать реальность от иллюзии.

— Даже те, кто овладеет умением извлекать информацию из матрицы, потеряют способность видеть истину, но это будет неважно, потому что и сама реальность изменит форму.

— Значит, Эстер права? — спросил я. — Все сводится к информации и распределениям вероятностей?

Макс взглянул на меня. Обычно его монологи были обращены к какой-то точке чуть ниже моего правого плеча, но сейчас он смотрел прямо мне в глаза. Я поневоле отвел взгляд.

— Ты внимательно прочел статью Шеннона? — спросил он с нажимом.

Пришлось признаться, что у меня не было времени вникнуть во все ее детали.

— Мы — по крайней мере я! — здесь как раз потому, — объяснил Макс, — что отрицаем точку зрения Эстер. Она не-

права. Мы с тобой отказываемся видеть мир как сплошное порождение случайности, точно так же, как отказываемся считать его чисто линейным или стабильным.

Если бы я вчитался в статью об энтропии так, как это сделал Макс, я бы знал, что и сам Клод Шеннон понимал, что его работа не имеет никакого отношения к реальной сложности. Во введении Клод лишь сухо отмечал: “Зачастую сообщения имеют смысл; то есть определенным образом коррелируют с некоторыми физическими объектами или концепциями”.

Макс уточнил, что это еще мягко сказано. “Шеннон говорит нам, что его теория не касается практически ничего для нас важного, — например, реалий окружающего нас физического мира, — и уж тем более далека она от мира концепций и идей. Эта теория не имеет ничего общего с реальной сложностью”.

В своей статье Шеннон писал, что “семантические аспекты коммуникации не имеют значения для инженерных проблем”. Этим он не хотел сказать, что значение (семантика) сообщений не важна, а, напротив, стремился подчеркнуть, что его подход не касается *наиболее* важных вещей. Его энтропия — лишь техническое решение, помогающее хранить и передавать информацию. Она ничего не говорит о смысле информации, содержащейся в получаемых нами сообщениях.

Возьмем, к примеру, музыку, продолжал Макс. В 1949-м, в том году, когда Бетти вышла замуж за Клода, она разрабатывала алгоритм генерации музыкальных партитур. Вместе со своим коллегой в *Bell Labs*, Джоном Пирсом, Бетти Шеннон разработала систему бросания кости и последующих математических шагов, приводящих к созданию последовательностей аккордов. Моцарт и Бах в свое время тоже использовали случайность для сочинения музыки, но Шеннон и Пирс формализовали эту процедуру в виде уравнений и усовершенствовали способ порождения аккордов. Результаты были неоднозначными. Некоторые пьесы, по словам разработчиков алгоритма, оказались “довольно музыкальными”, но им пришлось признать, что между аккордами отсутство-

вала связь и имелись неровности и скачки, а это говорило о том, что композиции получались не совсем удачными.

— В этом проблема компьютерной музыки, — констатировал Макс. — В ней всегда чего-то не хватает. Глубины. Эмоциональности. Смысла.

Поженившись, Бетти и Клод Шеннон переехали в Бостон, где Клод стал профессором в МТИ. Оба продолжали работать над техническими задачами. Клод спроектировал мышшь-робота, находившего выход из лабиринта, а Бетти завершила его конструирование. Совместно они разработали схему инвестирования на рынке акций и одними из первых удачно инвестировали в быстрорастущие компании Кремниевой долины. Однако ни тот, ни другая не испытывали особого интереса к энтропии и абстрактному измерению информации. Они сосредоточились на практической деятельности, которая имела для них реальное значение.

По словам Макса, этот момент упустила Эстер, сведя все к распределению вероятностей. Такой подход напоминает ранние опыты Бетти Шеннон в сфере алгоритмической музыки: разрозненные аккорды, перепрыгивание с одной темы на другую — недокомпозиции. Такими методами нельзя уловить людскую природу. Нельзя проникнуть вглубь нашей сложности.

— Так ты согласен с Лили-Роуз? — спросил я.

— Нет! — воскликнул он. — Конечно, нам чужды эти астрологические заклинания.

По словам Макса, когда люди вроде Лили-Роуз сталкиваются с грандиозностью матрицы, у них расфокусируется взгляд. Они видят только мистическое.

— В современном мире нужен более критичный подход, — сказал он.

И добавил, что нас — его, Криса и (как он надеется) меня — интересует настоящая теория сложности. Теория, находящаяся между случайностью и хаосом с одной стороны и порядком и стабильностью — с другой. Теория, в которой

учитываются взаимодействия, но которая идет дальше простейших моделей — циклов хищник-жертва и распространения эпидемии по схеме восприимчивый-инфицированный-выздоровевший.

Такая теория, по словам Макса, потребует смены перспективы. Мы должны признать, что живем в мире триллиона измерений, и предпринять усилия для поиска нового пути в этом мире.

Голос Макса теперь звучал менее уверенно. “Ведь мы же здесь как раз поэтому? Именно это мы пытаемся найти? Всех нас интересует истинная природа матрицы. Так разве не это самый важный вопрос? Что находится в огромном массиве единиц и нулей? Где мы — как личности — в этих данных? Что мы по-настоящему понимаем в мире, согласно формулировке Шеннона, физических объектов и концепций?”

— Так что это за теория? — спросил я.

— Надеюсь, это мы и услышим в последнюю неделю от Криса. Он намерен рассказать нам о секрете сложности... Или, по крайней мере, о том, что узнали о нем все те светлые головы, что бьются над этим секретом...

Прежде мне казалось, что у Макса есть ответ на любой мой вопрос, но теперь я понял, что дальше спрашивать бесполезно. Секрета сложности он не знал. А секрет этот интересовал нас обоих.



## Четверо в машине

**М**ы начали разговор с того, что выяснили: статистические методы — среднее арифметическое и медиана, максимальное правдоподобие, линейные зависимости данных — помогают находить закономерности в обществе, но не позволяют уловить многое из того, что важно лично для нас. Это заставило нас внимательнее присмотреться к общественным взаимодействиям — правилам, лежащим в основе наших дискуссий (и разногласий), социальных эпидемий и переломных моментов, которые мы переживаем. Потом мы открыли хаос. Случайность неизбежна и часто порождается теми экстремальными мерами, которые мы предпринимаем, стремясь вернуть себе контроль над ситуацией: жестокими действиями и решительными резолюциями. Тогда мы снова вернулись к числам. Но на этот раз не к средним, а к распределениям результатов: ростов, богатства или личных судеб. Следуя принципам хаотического мышления, нужно пустить дело на самотек, задавая при этом правильные вопросы об окружающих.

Эти три способа мышления приносят успех за счет категоризации собственных проблем: понять, почему дорожные пробки нам неподвластны; определить ситуации, в которых экономия времени может принести нам удовлетворение; присмотреться к тому, как мы реагируем на окружающих; подумать о том, какие аспекты своей жизни мы можем контролировать, а с какими нужно просто смириться.

Но во многих более замысловатых жизненных ситуациях есть еще одно измерение, новый уровень, который мы не можем упростить и разбить на составляющие. Возьмем, к примеру, случай, когда Джон, Ричард, Бекки и Софи подъезжают на машине к Котсуолдсу. Мы могли помочь Джону и Ричарду перестать выяснять, кто из них круче в вопросах навигации, но в более тонкие нюансы их взаимоотношений не углублялись. Ричард мог нервничать из-за проблем на работе; Джон мог в те выходные стремиться произвести впечатление на Софи; Бекки могла испытывать раздражение в отношении Софи, полагая, что ту взяли в поездку только потому, что так захотел Джон; Софи могла не испытывать к Джону ни малейшего интереса, мечтая лишь о пробежках на лоне природы.

Садясь в машину, эти четверо взяли с собой свое прошлое, свои взаимоотношения и свои сокровенные мысли. Все это нельзя свести к небольшому набору четко определенных отношений.

Проще говоря: их жизнь — жизнь каждого из нас — сложна.

И эту сложность совсем не всегда можно разобрать на части. Именно поэтому она и является сложностью.

Но мы можем — и тут в игру вступает Андрей Колмогоров! — найти определение: можем найти способ измерения степени сложности.

## Не сложнее кратчайшего описания

**К**олмогоров понял, что трудность определения сложности сводится именно к тому, чтобы четко сформулировать, что делает одно более сложным, чем другое. Что сложнее: сеть горных ручьев или проложенный по равнине прямой канал? Турбулентный поток, возникающий на краю самолетного крыла, или рябь, порожденная медленным скольжением лодки? Подбрасывание монеты или падение яблока с дерева?

В некоторых случаях такие вопросы могут казаться загадками в духе дзена. С точки зрения *Google Earth*, сеть горных ручьев сложнее равнинного канала, однако канал — результат человеческой изобретательности, продукт умственной деятельности и многообразных взаимоотношений, а все это намного сложнее, чем горная география.

В своем выступлении в Ницце в 1970 году Колмогоров одной фразой ответил на все связанные со сложностью загадки. Он сказал, что сложность конфигурации равна *длине кратчайшего описания, которое может быть использовано для ее порождения*.

Вот почему сам канал (который можно описать так: “прямая линия, прорезанная в земле между точками *A* и *B*”) менее сложен, чем сеть ручьев, требующая описания горного рельефа. Но определение Колмогорова объясняет и то, почему процесс планирования и строительства канала — требующий

координации деятельности рабочих, изготовления сложных инструментов, внедрения принципов инженерии и разделения труда — сложнее процесса, в ходе которого сформировалась сеть ручьев (медленного просачивания воды сквозь почву, камни и песок на поверхность земли).

Ответ Колмогорова связывает нашу способность краткого описания предмета с его сложностью. Хотя подбрасывание монеты — процесс хаотический, математическое описание ее траектории похоже на описание падения яблока с дерева с учетом дополнительного уравнения, описывающего вращение монеты. Так что, по определению Колмогорова, подбрасывание монеты лишь немногим сложнее падения яблока. Аналогичным образом, кажущаяся случайной последовательность, порожденная в предыдущей главе применением правила удвоения, не является сложной, потому что мы можем задать ее одним уравнением. Турбулентность воздуха и воды тоже не является сложной, потому что порождается довольно простым процессом движения предмета в жидкости.

Гениальность Колмогорова (а я считаю, что его определение сложности — одно из самых важных и недооцененных открытий двадцатого века) помогла ему увидеть, что сложность зависит от того, насколько хорошо мы умеем ее объяснить. До сформулированного Ньютоном закона тяготения поведение разных объектов могло описываться разнообразными законами: яблоки падают на землю в октябре, Луна вращается вокруг Земли, люди ходят по земле, а птицы летают в небе. Открыв закон тяготения, Ньютон заменил изобилие сложных объяснений небольшим набором точных математических уравнений, описывающих движение объектов. Причем эти же самые уравнения подошли и для описания более поздних наблюдений.

Ничто не является ни сложным, ни простым, пока кто-то не попытается это объяснить. Саму науку можно описать как процесс поиска все более коротких объяснений окружающих нас явлений. Когда ученые находят такие объяснения, вещи,

казавшиеся сложными, становятся простыми. Сложное — это то, что трудно объяснить.

Такой подход резко отличался от взглядов математиков того времени. В начале двадцатого столетия одной из ключевых задач, поставленных Давидом Гильбертом, было определение аксиом теории вероятностей. Аксиомы — это утверждения, которые считаются самоочевидными и которые никто не подвергает сомнению. В 1933-м Колмогоров предложил следующие три аксиомы: (1) события не могут иметь отрицательную вероятность; (2) хотя бы одно событие имеет стопроцентную вероятность; (3) если два или более событий попарно несовместны (не могут произойти одновременно), то вероятность того, что хотя бы одно из них произойдет, равно сумме вероятностей каждого из этих событий.

Для наглядности проиллюстрируем эти аксиомы следующим образом. Представим себе шестигранную кость. Из аксиомы 1 следует, что вероятность выпадения шестерки не меньше нуля (какой бы формы ни была кость). Из аксиомы 2 следует, что, бросая кость, мы с вероятностью 100 % получим число от одного до шести (в предположении, что грани кости помечены числами от одного до шести и что кость не может приземлиться на ребро). Из аксиомы 3 следует, что вероятность получить пять или шесть (которая равна двум из шести для симметричной кости) равна вероятности получить пять (один из шести для симметричной кости) плюс вероятность получить шесть (тоже один из шести). Думаю, никто не станет спорить, что эти аксиомы очевидны. А Колмогоров решил проблему Гильберта, доказав, что все остальные разумные утверждения о вероятностях следуют из этих трех аксиом. Например, с их помощью можно вычислить вероятность выпадения двух шестерок подряд при бросании кости или вероятность того, что за десять бросков ни разу не выпадет шестерка. Все, что нам известно о костях (и вообще о вероятностях), следует из этих трех аксиом.

Аксиомы Колмогорова, сформулированные им в 1930-е, доставляли эстетическое наслаждение Гильберту и группе Бурбаки, состоявшей из чистых математиков, и высоко ценились коллегами. Но к 1970-му эти аксиомы уже казались Колмогорову слишком абстрактными. Рассказывая ребенку о костях, мы бы не начали с того, что вероятность выпадения определенной грани неотрицательна (как утверждает аксиома 1). Поскольку эта информация очевидна, ее нет смысла включать в объяснение. Мы могли бы вместо этого сказать, что поскольку кость постоянно отскакивает, трудно предсказать, на какую грань она приземлится. Это описание легло в основу нового, алгоритмического подхода, предложенного Колмогоровым в 1970-м. Именно данным подходом объясняется тот дух скептицизма, которым была проникнута часть доклада Колмогорова в Ницце, относившаяся к программе изложения математики в духе Бурбаки. Как он тогда сказал, “ [в математике Бурбаки] выражение, имеющее смысл «число 1», содержит несколько десятков тысяч знаков, но от этого понятие «число 1» не делается недоступным нашему наглядному пониманию”.

Описание числа один с помощью десятков тысяч знаков было ярким примером того, как стремление опираться на аксиомы — простейшие математические понятия — чрезмерно усложняет объяснение реального мира. Именно поэтому Колмогоров отказался от аксиоматического подхода и стал мыслить в терминах информации и компьютерных кодов, которые дают конечные описания того, как мы видим явления реального мира.

Из раздела III и из рассуждений Макса о том, что он называет матрицей, мы уже знаем, что данные можно записывать в виде двоичных цепочек. Например, все слова и текст можно закодировать единицами и нулями с помощью кода ASCII (восьмибитный код современных компьютеров) или с помощью ответов да-нет. Изображение на экране вашего телефона может быть закодировано пикселями, каждый из которых, в свою очередь, — двоичная цепочка, описыва-

ющая интенсивность красного, голубого и зеленого в данной точке экрана.

Вычислительные алгоритмы тоже можно записывать в двоичном коде. Есть масса различных языков программирования — *Python*, *C*, *JavaScript*, — но внутри компьютерного процессора все они транслируются в двоичный код. Любую компьютерную программу можно представить в виде последовательности единиц и нулей.

Колмогоров определил сложность конфигурации как длину кратчайшего алгоритма, который позволяет ее построить. Например, программа покраски экрана в белый цвет — короткая. Она циклически перебирает все пиксели, присваивая им значение ноль (если считать, что ноль соответствует белому цвету). Программа проведения отрезка тоже короткая: нужно указать лишь координаты его начала и конца. То же относится и к программам построения круга или квадрата. Поэтому, согласно определению Колмогорова, белый экран, отрезки, круги и квадраты — простые объекты.

Более изощренные конфигурации — например, графика в компьютерных играх — требуют более длинных программ, поэтому они более сложные. Игры типа *Tetris* и *Wordle* с простой визуализацией могут быть запрограммированы короткой последовательностью компьютерных команд. Для игр с более многообразной графикой, таких как *Fortnite* и *Grand Theft Auto V*, нужны гораздо более длинные программы.

Прозрение Колмогорова, произошедшее задолго до появления компьютерных игр, заключалось в утверждении, что сложность — это не свойство объекта. Сложность — длина программы, порождающей или описывающей его.

## Улицы Лондона

**П**ри общении с людьми мы не пользуемся двоичными правилами, компьютерными программами и алгоритмами, зато для описания окружающих идеи Колмогорова могут быть полезны.

Рассмотрим это на примере работы Айши в благотворительной организации, помогающей лондонским бездомным. Статистика в этой сфере пугает: бездомным является каждый пятьдесят второй обитатель британской столицы. Итого — более 170 тысяч человек. Однако у Айши складывается впечатление, что когда она сообщает эти цифры людям (включая друзей), те не до конца понимают масштабы проблемы. Даже выступая перед принимающими решения чиновниками или благотворителями, она часто замечает, как те отвлекаются и перестают ее слушать.

Беда, по мнению Айши, в том, что они не понимают, насколько проблема многообразна. Речь ведь идет не только о тех несчастных, которые лежат у порогов центральных универмагов. Бездомность имеет гораздо более широкое распространение. Многие бездомные застряли в хостелах, кочуют с койки в одном приюте на койку в другом или нелегально живут в пустующих домах. И проблемы у них разные. Айша понимает, что людям, которые не знают, где будут сегодня ночевать, трудно сохранять постоянную работу, строить крепкие отношения, растить детей и сбергать душевное здоровье.



Айша ежедневно сталкивается с трагедиями. Она прочувствовала жизнь, которую ведут бездомные, ощутила их беды, поняла, с чем им приходится бороться.

В терминах колмогоровской сложности недостаточно сказать, что в Лондоне 170 тысяч бездомных. Это короткое описание, однако оно... слишком короткое. Статистические данные ценны, но одно число не отражает всей сложности жизни этих людей. Айша на собственном опыте поняла, что упор на числа не позволяет привлечь должное внимание тех, кто в состоянии оказать бездомным административную или финансовую помощь.

Потерпев неудачу со статистическим подходом, Айша решила действовать иначе. Когда ее в следующий раз пригласили выступить перед чиновниками, отвечающими за выработку соответствующей политики, она попросила одну из своих подопечных, Джеки, рассказать им свою историю.

Бедая настигла Джеки внезапно. У нее была хорошая работа и стабильный доход, она наслаждалась жизнью и путешествовала по миру. Но потеряв работу, Джеки не смогла платить за аренду жилья и влезла в долги. Ее выселили из квартиры, и она, сложив все свои пожитки в автомобиль, переезжала с места на место, мыкаясь по друзьям и знакомым. Женщина погрузилась в депрессию, начала принимать прописанные ей антидепрессанты и всего через полгода после потери работы намеренно превысила дозу. Джеки хотела одним махом покончить со всем, и это ей почти удалось. Но после попытки самоубийства она приняла решение изменить свою жизнь и попробовать настроиться на позитивный лад. Следующий год будет другим, сказала она себе. С помощью организации Айши Джеки нашла жилье и временную работу. Ее имущество по-прежнему хранится на складе, и она не выплатила долги, но теперь она видит пути выхода из ситуации и с надеждой смотрит в будущее.

После выступления слушатели спрашивают, как помочь другим людям найти в себе мужество справиться с обстоятель-

ствами и повести себя, как Джеки. Айша пытается объяснить, что у каждого бездомного своя история, что личного мужества не всегда достаточно, что важными факторами зачастую оказываются помощь извне, а также совет и забота. Для Джеки все изменилось благодаря помощи, которую она получила после эпизода с передозировкой. Другим же людям нужна другая помощь. Разговор с враждебно настроенным арендодателем, который проведет Айша или кто-то из ее коллег, составление соглашения о реструктуризации долга, помощь в борьбе с алкоголизмом, предоставление рабочего места или антидепрессантов, возможность поговорить с консультантом — все это может привести к переменам. Айша рассказывает о заколдованном круге, когда человек впадает в депрессию и теряет жилье, отчего его депрессия усугубляется и он безуспешно пытается из нее выбраться. Бедолага оказывается в изоляции, особенно если ему негде жить или приходится срочно подыскивать другое жилье. Отдельная проблема — это сегрегация: иммигрантам труднее получать услуги и не к кому обращаться за советом.

Но что бы Айша ни говорила, теперь, когда ее слушатели познакомились с историей Джеки, они ориентированы лишь на ее случай и потому спрашивают, как можно помочь другим людям пойти по пути Джеки и переменить свою жизнь так же, как это сделала она.

Айша огорчена. Джеки прекрасно рассказала свою историю, но это всего лишь одна из 170 тысяч совершенно разных историй. А после ее выступления потенциальные спонсоры, похоже, вообразили, будто, мотивируя людей самостоятельно справиться с трудностями (как это сделала Джеки), можно полностью побороть бездомность. Но Айша-то добивалась совсем другого! Одна история не показывает, почему работа Айши и ее коллег так важна для каждого пятидесят второго лондонца.

У разных людей разные трудности, и все ситуации невозможно вместить в пятнадцатиминутное выступление. Айша хочет донести до слушателей масштабы проблемы, объяснить,

что с ней сталкиваются самые разные люди, каждый из которых нуждается в индивидуальной помощи. Как же Айше передать все многообразие сложностей, связанных с бездомностью?

И тут приходит озарение. Ее задача — заронить, так сказать, в сердца слушателей семена в виде различных историй бездомности. Затем эти семена дадут всходы и люди проникнутся сложностью индивидуальных проблем — точно так же, как это произошло, когда благотворители услышали историю Джеки.

Айша выбирает крупницы из жизней тех несчастных, с кем ей довелось сталкиваться: тех, кто потерял работу, стал алкоголиком, испытал крах в отношениях или, вернувшись после службы в армии, обнаружил, что прошлой жизни больше нет. Она размышляет о том, как поведать все эти истории так, чтобы они слились в единую — точную и подробную — картину проблемы.

Айша выбирает еще три биографии: страхового брокера, начавшего пить после того, как его бросила девушка, сирийского беженца без всяких связей и доступа к помощи и чело- века, который уже двадцать лет спит на улице и потерял всякую надежду. Каждая из четырех историй отражает свою грань бездомности, и с помощью небольшой телекомпании Айша снимает видео о жизни этих людей. Камера не задерживается ни на ком из них подолгу, четыре истории переплетаются, рассказ о них перемежается панорамами города, чтобы подчеркнуть масштабы проблемы. Видео отражает как частности, так и общие закономерности.

В новом подходе Айши — суть сложности по Колмогорову. С одной стороны, чем больше аудитория слышит о конкретном человеке, тем больше она закикливается на его истории. С другой — голые цифры вряд ли вызовут у кого-то личную заинтересованность. Поэтому, для того чтобы отразить сложность проблемы, нужно подобрать несколько разнообразных задевающих за живое историй и дать им прорасти в душах целевой аудитории. Нет необходимости пересказывать все мельчайшие подробности.

# I, II, III, IV

**У**тро понедельника, последняя неделя летней школы. Паркер написал на доске три латинских числа: I, II, III и улыбнулся стоявшему рядом Крису, который закончил последовательность, дописав IV.

Все мы знали: грядет нечто особенное. Паркер передает эстафету Крису, и тот поделится с нами секретами, о которых говорил Макс. Даже Алекс, пропустивший большую часть лекций Паркера (потому что у него “были дела поинтереснее”), сегодня пришел вовремя. Рядом с ним сидел не скрывавший волнения Макс, а дальше — Руперт, пытавшийся казаться невозмутимым; Мадлен и Антонио, ставшие в последние дни неразлучными, расположились в следующем ряду.

Я сидел в центре аудитории, по соседству с Эстер. Через два места от нас — Замия. Она тихо конспектировала все лекции, вставляя всюду разноцветными ручками собственные примечания. И сегодняшний день не был исключением. В ее блокноте красовался тот же заголовок: I, II, III, IV.

Крис объяснил, что римские цифры обозначают четыре класса, предложенные Стивеном Вольффрамом — первым серьезным исследователем моделей элементарных клеточных автоматов, с которыми мы работали в вычислительном центре. Вольфрам высказал гипотезу, что поведение любого элементарного клеточного автомата относится к одному из четырех

типов: (I) стабильному, (II) периодическому, (III) хаотическому или (IV) сложному.

На лекциях мы уже познакомились со многими примерами классов I, II и III. Крис напомнил нам о примерах, которые приводил в вычислительном центре пару недель назад. Распространение единиц, заменяющих нули по цепочке слева направо (как падение кости домино), и формирование вдоль побережий групп демократов (нули) и республиканцев (единицы) — это были модели класса I: стабильные и неизменные. Созданная Эстер шахматная доска из единиц и нулей (рис. 9) была периодической моделью класса II, как и фрактальный узор, который получился у меня в вычислительном центре (рис. 13). Конфигурации, порожденные другими клеточными автоматами, были случайными (рис. 14), и с помощью Эстер я доказал, что они принимают непредсказуемые формы и поэтому относятся к классу III. Паркер добавил, что он привел нам много примеров систем классов I и II: циклы хищник-жертва, переломные моменты и результаты социальных эпидемий. Он же открыл нам путь в хаос, класс III, показав систему Лоренца.

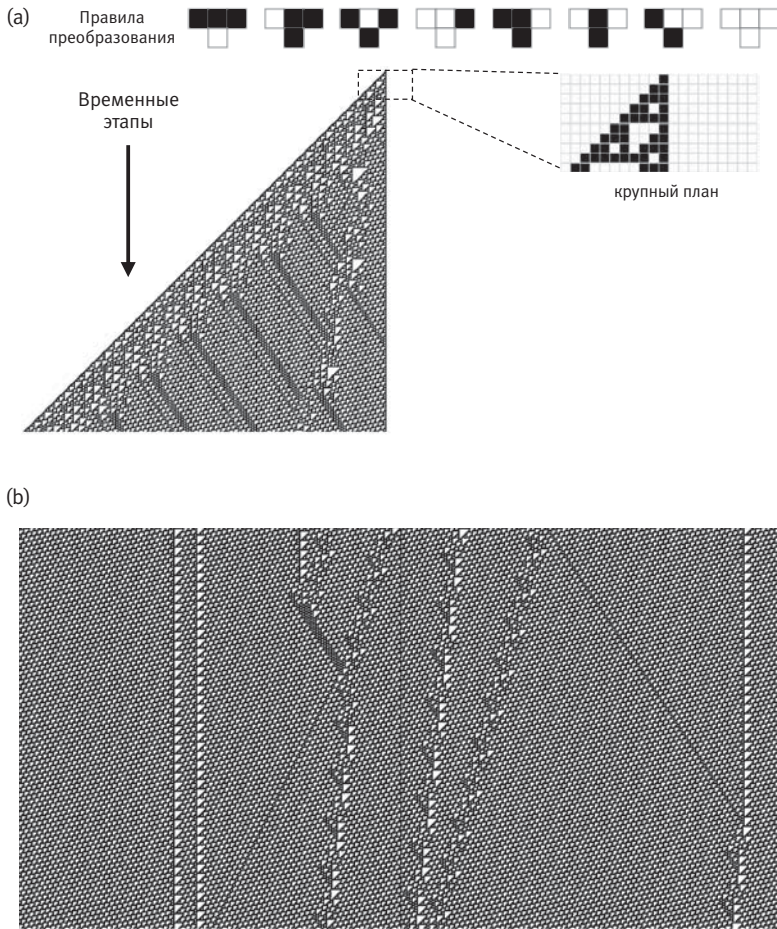
Крис сказал, что теперь он продемонстрирует нам особый элементарный клеточный автомат, правила которого можно записать так:

111	110	101	100	011	010	001	000
0	1	1	0	1	1	1	0

Как и раньше, эти правила показывают, как тройка клеток верхнего ряда определяет клетку нижнего. Такого рода правила я изучал в вычислительном центре.

— На вид это правило ничем не отличается от других, — сказал Крис, — но мы сейчас увидим, что оно — особенное.

Крис показал нам анимационный ролик: первый ряд начинался с одной черной клетки (1), остальные были белыми (0), а потом ряды клеток, один за другим, последовательно заполняли экран. В отличие от тех клеточных автоматов, что мы видели



**Рис. 18.** (a) Элементарный клеточный автомат, порождающий сложную конфигурацию. (b) Некоторые структуры, порождаемые клеточным автоматом.

в вычислительном центре, которые распространялись и вправо, и влево, этот порождал клетки только влево. Месиво из маленьких треугольников исчезало из вида, оставляя за собой более регулярные волнообразные конфигурации, которые в свою очередь сменялись новой кашей из треугольничков (рис. 18a).

Крис продемонстрировал кунсткамеру клеточных автоматов. В зависимости от начальных установок автомат порождал вертикальные линии, беспорядочные треугольные структуры, двигавшиеся с разными скоростями, сплошные линии, перемещавшиеся с одной стороны на другую, и другие удивительные конфигурации, взаимодействовавшие на пространстве гораздо меньших треугольников (некоторые примеры приведены на рис. 18b). При столкновении двух структур происходило их слияние в новую структуру, которая продолжала движение до следующего столкновения. По словам Криса, на слайдах были представлены лишь некоторые примеры из бесконечного многообразия.

Представленное Крисом правило не было ни регулярным, ни периодическим, ни случайным. Оно было сложным — класса IV.

Крис сказал, что порождаемые автоматом прямые и волнообразные структуры называются “эмерджентными”. Исходные правила взаимодействия — правила, по которым три соседние клетки верхнего ряда определяют, будет ли клетка в нижнем ряду черной или белой, — просты, но эти структуры живут своей собственной жизнью, на вид никак не связанной с исходными правилами. Крис объяснил, что эти сложные структуры порождаются простыми правилами локального взаимодействия.

Согласно гипотезе Вольфрама, продолжал Крис, каждый процесс — биологический или физический, личный или общественный, естественный или искусственный — относится к одному из классов поведения, обнаруженных Вольфрамом при компьютерном моделировании элементарных клеточных автоматов. По мнению Вольфрама, самый большой интерес представляет последний класс — класс IV.

Выявление и описание эмерджентности в элементарных клеточных автоматах сыграло, по словам Криса, роль недостающего звена в понимании сложности. Колмогоров утверждал, что сложность системы определяется сложностью порождаю-

щих ее правил, но у него не было компьютера, мощность которого позволила бы исследовать взаимосвязь между правилами и конфигурациями. Поэтому русский ученый не знал о существовании экземпляров, которые выглядели сложными, но, по его определению, были простыми. Вольфрам провел как раз такое исследование: он изучил, как разные наборы правил порождают разные конфигурации. А потом задокументировал богатую палитру структур, порождаемых клеточными автоматами.

Вольфрам, рассказал Крис, предположил, что жизнь в целом может быть порождением правил, подобных правилам клеточных автоматов. Биологическая жизнь со всеми поворотами и изменениями ее динамических структур может быть ничем иным, как порождением простого правила обновления. Правила, нам пока неизвестного. Даже наш собственный мозг и сознание могли возникнуть из такой простоты.

— А вы сами в это верите? — воскликнул Антонио, взбужденный идеей. — Думаете, тропические леса могут быть порождением какого-то простого компьютеризированного правила?

— Ну, я не то чтобы полностью принимаю эту теорию, — улыбнулся Крис.

Но, продолжил он, похоже, что сложные конфигурации в элементарных клеточных автоматах лежат на границе случайности и порядка. Крис сказал, что накануне Дэвид продемонстрировал ему в лаборатории два примера элементарных клеточных автоматов (рис. 13 и 14). Один порождал фрактальную конфигурацию, рекуррентную ветвящуюся структуру. Второй — совершенно случайную конфигурацию. Конфигурации, которые мы видим в элементарных клеточных автоматах, лежат на границе между этими двумя. Сложность создается на грани хаоса и порядка, подытожил Крис.

Антонио эта идея очень понравилась. Он сказал, что тоже размышлял об этом, когда проводил исследования в дебрях тропических лесов. Представляя себе раскинувшийся по всей



Бразилии бассейн Амазонки, он понимал, что эта река служит основой растительности и получает воду за счет растительности. Сами тропические леса — это многоуровневый конгломерат, где одни растения растут на других, питая насекомых, на которых паразитируют клещи, а на всем этом еще и плодятся микроорганизмы. Он сказал, что, находясь в лесной чаще, чувствовал: в основе всего этого лежит простая суть. Именно желание найти формулу, описывающую это его ощущение, и подтолкнуло его стать биологом.

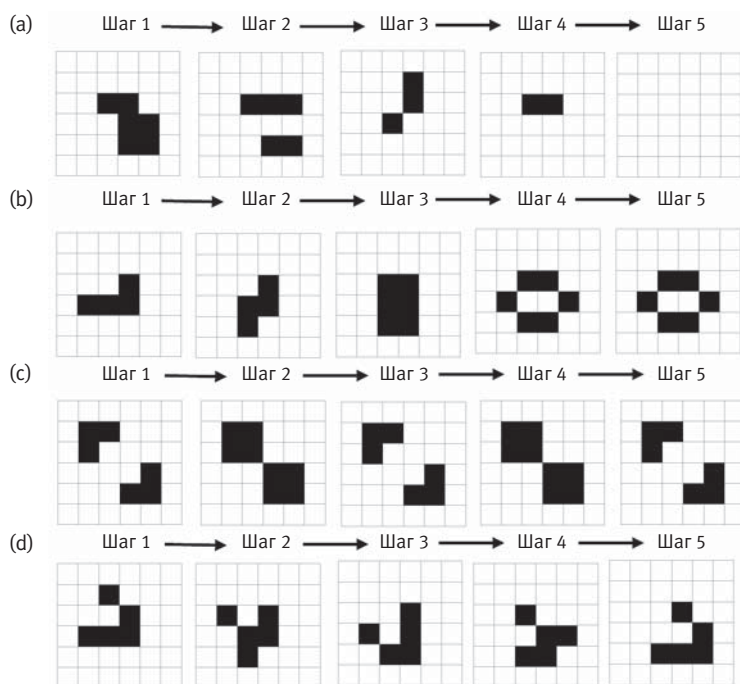
Мадлен, вопреки обыкновению, не пыталась прервать Антонио. Крис тоже слушал его очень внимательно. Пока Антонио говорил, преподаватель снова запустил компьютерное моделирование клеточного автомата. Экран стал заполняться разнообразными новыми конфигурациями, порожденными новым правилом.

Когда Антонио умолк, Крис подвел итоги. Выдача клеточного автомата не в точности совпадает с описанным Антонио тропическим лесом, но тоже представляет собой дебри. Сложные конфигурации, сказал Крис, могут порождаться простейшими правилами.

## Вся жизнь

Элементарные правила Вольфрама не были первым клеточным автоматом. Идея создания массива ячеек с последующим их обновлением была впервые выдвинута Станиславом Уламом и Джоном фон Нейманом в 1940-е. Но исследования клеточных автоматов воплотились, так сказать, в жизнь в 1970-е, когда кембриджский математик Джон Конвей придумал игру “Жизнь”. Клеточные автоматы Конвея действуют на двумерной решетке (а не на одномерной, как у Вольфрама). Каждая клетка находится в одном из двух состояний: живая (черная) или мертвая (белая) и на каждом шаге обновляется — в зависимости от состояния восьми соседних клеток — по следующим правилам:

1. Если у живой клетки остается только один живой сосед, она умирает (черная становится белой).
2. Если у живой клетки есть два или три живых соседа, она остается живой (черная остается черной).
3. Если у живой клетки есть четыре или более живых соседа, она умирает (черная становится белой).
4. Если у мертвой клетки есть ровно три живых соседа, она становится живой (белая становится черной).
5. Если у мертвой клетки есть любое другое количество живых соседей, кроме трех, она остается мертвой (белая остается белой).



**Рис. 19.** Иллюстрации к игре “Жизнь”. Структуры на доске  $6 \times 6$ , которые (а) вымирают, (б) достигают стабильности в виде “улья”, (с) периодически пульсируют и (д) двигаются по доске в виде “планера”.

Первое правило мы можем интерпретировать как смерть от одиночества (недостаточно соседей), третье правило — как смерть от перенаселенности (слишком много соседей), а четвертое правило — как репродукцию тремя соседями (в игре “Жизнь” для рождения новой клетки нужны трое родителей!). Я совершенно уверен, что ни одна реальная биосистема не воспроизводится в точности так, но эта модель отражает важнейшие стороны жизни: изоляцию, перенаселенность и репродукцию.

На рисунке 19 показан результат применения этих правил к четырем конфигурациям на доске  $6 \times 6$ . В первом примере

(рис. 19а) мы начинаем со вполне на вид жизнеспособной шестиклеточной фигуры. На втором шаге две внутренние клетки (имеющие более трех соседей) умирают от перенаселенности, а справа сверху добавляется новая клетка (поскольку у нее ровно три живых соседа). На третьем шаге две нижние клетки, у которых мало соседей, умирают от одиночества (правило 1), а три верхние меняют расположение. На четвертом шаге погибает еще одна клетка, на пятом — две оставшиеся. На пятом возникает мрачная стабильность — все мертвы.

В примере на рисунке 19b мы начинаем всего с четырех клеток, но уже на третьем шаге получаем прочный блок из шести клеток, который в итоге стабилизируется в виде сплющенного шестиугольника, — любители клеточных автоматов называют его “ульем”. Бывают и периодически пульсирующие конфигурации, как на рисунке 19с. В этом примере каждый из двух триплетов “рождает” ребенка, который на следующем шаге умирает от перенаселенности, что позволяет триплетам на следующем шаге снова “родить”. Цикл повторяется бесконечно.

Фигура, показанная на рисунке 19d, одна из самых важных в игре “Жизнь”. Она называется “планер”, потому что за четыре шага, меняя форму, сдвигается вправо. Такие планеры продолжают свое движение в одном и том же направлении, пока не столкнутся с другими фигурами.

На рисунке 20 показаны два шага игры “Жизнь” на доске  $100 \times 100$ . При этом образовалось несколько стабильных ульев наряду с другими конфигурациями, как стабильными, так и нестабильными. Именно из-за такого разнообразия конфигураций эта игра и получила название “Жизнь”. Стрелка на рисунке 20 указывает направление движения планера: он медленно смещается влево, пока не столкнется в конечном итоге со стабильным квадратным блоком, расположенным в правой нижней части доски.

В игре “Жизнь” возникают самые разнообразные сложные структуры. В верхней части рисунка 21а показан пример такой

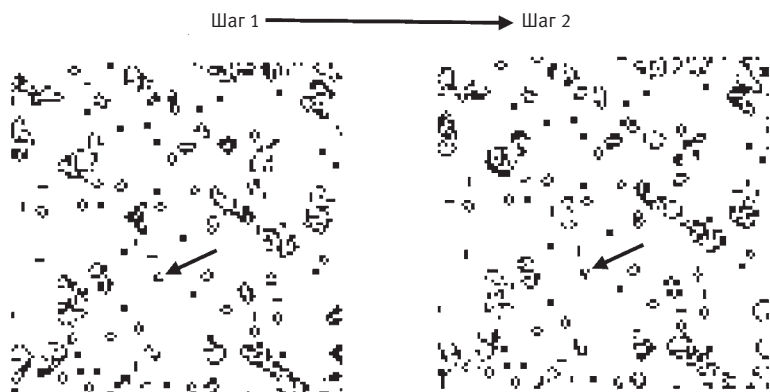
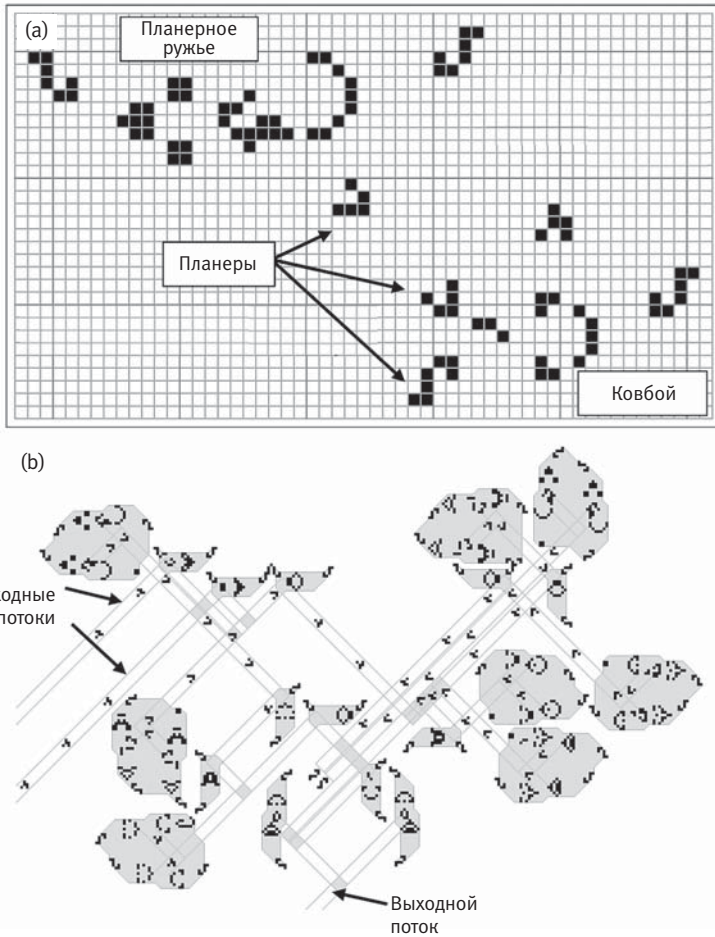


Рис. 20. Иллюстрации к игре “Жизнь”. На доске  $100 \times 100$  показаны различные конфигурации.

структуры, известной под названием “планерное ружье”. Ружье пульсирует вперед-назад, выпуская через каждые тридцать шагов новый планер. Эти планеры улетают прочь. Возникший планер может послужить входным материалом для другой структуры. Например, структура, показанная внизу рисунка 21a (любители клеточных автоматов любовно называют ее “ковбоем”), отражает планер под углом девяносто градусов.

Размеры возникающих в игре “Жизнь” динамических конструкций намного превышают описанное в исходных правилах. Планерное ружье шириной в 36 пикселей и высотой в 9 пикселей уже больше, чем локальные взаимодействия между клетками (на доске  $3 \times 3$  пикселя). Соединяя ружья и ковбоев с другими конструкциями — фанаты игры называют их пчелиной маткой, веером, пентадекатлоном, тесаком и выемкой, — можно получить еще большие динамические структуры.

Любители клеточных автоматов пошли еще дальше и стали с помощью ружей, ковбоев и других фигур строить калькуляторы и компьютеры. В 1980-е годы Дэвид Букингам и Марк Нимиц продемонстрировали, как за счет объединения примерно пятидесяти таких фигур построить сумматор, который, полу-



**Рис. 21.** Более сложные структуры игры “Жизнь”. (а) Планерное ружье, передвигаясь вперед-назад, порождает поток планеров, направляющихся вправо вниз, где ковбой перенаправляет их влево вниз. (б) Сумматор Дэвида Букингема и Марка Нимица. Слева два входных потока планеров. Черный и белый цвета отражают состояние клеток, серые области показывают форму больших структур. Данный клеточный автомат складывает два входных потока и ниже выдает их сумму в виде выходного потока. Эти иллюстрации — модифицированные варианты изображений, приведенных в диссертации Пола Ренделла *Turing Machine Universality of the Game of Life*, University of the West of England, 2014.

чив два входных потока планеров, выдает их сумму (см. рис. 21b). Планеры позволяют передавать информацию от одной фигуры другой. Еще один исследователь, Пол Ренделл, с помощью клеточных автоматов построил полноценный компьютер.

В игре “Жизнь” каждая клетка находится в одном из двух состояний (“живая” или “мертвая”), но в принципе клеточные автоматы могут иметь и больше состояний. Владея навыками программирования, вы можете сами создавать такие автоматы. Один студент магистратуры, где я вел курс моделирования сложных систем, Микаэль Ханссон, создал клеточный автомат, который он назвал “Фабрикой лабиринтов”. Правила для клеток, которые я называю твердыми (белые), вязкими (черные) и жидкими (серые), таковы:

1. Твердая клетка остается твердой, если у нее четыре или более твердых соседей (белая остается белой); в иных случаях она становится вязкой (белая становится черной).
2. Вязкая клетка остается вязкой, если у нее три или более твердых соседей; в иных случаях она становится жидкой (черная становится серой).
3. Жидкая клетка становится твердой, если два или более из ее восьми соседей тверды (серая становится белой); в иных случаях она остается жидкой.

На рисунке 22 показан лабиринт, построенный этим автоматом за три тысячи шагов. Образовались белые твердые стены толщиной в 2–3 клетки. Каждая стена покрыта одноклеточным черным вязким слоем, а внутри стен находится смесь белых, серых и черных клеток. В этой смеси твердое становится вязким, вязкое — жидким, а жидкое — снова твердым. В результате возникает последовательность динамических волн, которые пульсируют и взаимодействуют, образуя хаотические и сложные конфигурации.

Когда я смотрю на игру “Жизнь” или на “Фабрику лабиринтов” Микаэля, а потом в окно на качающиеся на ветру

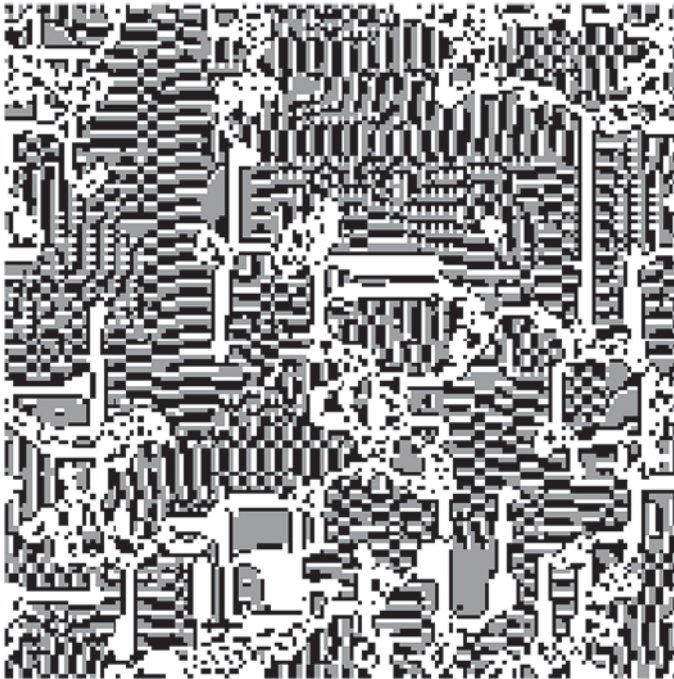


Рис. 22. “Фабрика лабиринтов”. Стоп-кадр — работа клеточного автомата с тремя состояниями (белый, серый и черный), действующего по описанным в тексте правилам.

деревья и перелетающих с ветки на ветку птиц, я поневоле чувствую связь между моделированием и реальностью. И компьютер, и природа демонстрируют сложные виды движения. Природа, разумеется, разнообразнее “Фабрики”. У дерева есть корни, которые уходят глубоко под землю, и оно состоит из многочисленных клеток, передающих мельчайшие частицы питательных веществ по всей структуре. Тело птицы состоит из сложных органов, выполняющих жизненно важные функции, и мозга, мгновенно обрабатывающего информацию из разных источников и реагирующего на нее. Но глядя на клеточные автоматы, можно предположить, что по край-



ней мере часть той сложности, которую мы видим в природе, может быть отнесена на счет простых правил взаимодействия. Может ли в природе быть похожий секрет? Лежит ли в основе природы, как предположил Вольфрам, подобная простота?

Последний вопрос остается без ответа. Многие ученые сочли бы, что его вообще нельзя включать в сферу настоящих научных исследований. В те дни, когда я не смотрю на “Фабрику лабиринтов” или прекрасным летним утром выхожу на прогулку, я склонен с ними согласиться. Гипотеза Вольфрама слишком неопределенна. Но именно подобная гипотеза привлекла внимание эрудита Джона фон Неймана к клеточным автоматам. Он сосредоточился на конкретной задаче — найти самовоспроизводящийся автомат: систему, которая порождает “детей”, в свою очередь порождающих детей. Нейман считал самовоспроизводство основным признаком биологической жизни, и обнаружение этого свойства в компьютере помогло бы, по его мнению, понять суть биологической организации.

Крис Лангтон<sup>1</sup>, исследователь из Санта-Фе, частично решил задачу фон Неймана, построив то, что он назвал самовоспроизводящейся петлей. У клеточного автомата Лангтона восемь состояний, и обновление каждой клетки происходит в зависимости от состояния четырех ее соседей (верхнего, нижнего, правого и левого) и ее текущего состояния на основании 219 правил (в игре “Жизнь” правил всего пять). Начальная конфигурация петли Лангтона показана на рисунке 23 (шаг 0). Можно представлять ее себе чем-то вроде червя. Двойки можно считать кожей, окружающей совокупность единиц. Пары 7 и 0, а также 4 и 0 можно считать подобием генетического кода. Они углубляются внутрь червя, указывая, в каком направлении двигаться при порождении нового червя.

Процесс воспроизводства петли показан на рисунке 23. От шага 70 до шага 120 происходит рост петли, а на шаге 151 у первой петли появляется петля-ребенок. Обе петли про-

1 Лангтон, которого я встретил в летней школе Санта-Фе в 1997-м, отчасти является прототипом моего персонажа — Криса. — *Прим. автора.*

Шаг 0

```

2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 7 0 1 4 0 1 4 2
2 0 2 2 2 2 2 2 0 2
2 7 2 2 2 2 2 2 1 2
2 1 2 2 2 2 2 2 1 2
2 0 2 2 2 2 2 2 1 2
2 7 2 2 2 2 2 2 1 2
2 1 2 2 2 2 2 2 1 2
2 0 7 1 0 7 1 0 7 1 1 1 1 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

```

Шаг 70

```

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 7 0 1 7 0 1 7 0 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 4 1 0 4 1 0 7 1 0 7 1 0 7 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

```

Шаг 120

```

2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
3 0 1 1 1 1 1 7 0 2 2 1 7 0 1 7 0 1 4 2
2 4 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 4 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 7 1 0 7 1 0 7 1 0 7 1 0 7 1 1 1 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

```

Шаг 151

```

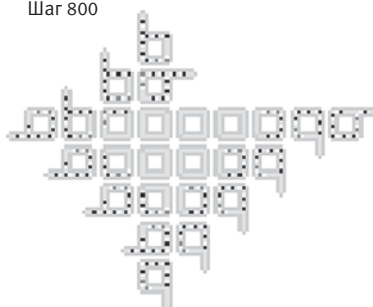
2 1 2
2 7 2
2 0 2
2 1 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 1 1 1 0 1 7 0 2 2 1 7 0 1 4 0 1 4 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 4 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 0 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 4 1 0 7 1 0 7 1 2 2 0 7 1 0 7 1 1 1 1 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2

```

Шаг 600



Шаг 800



**Рис. 23.** Клеточный автомат Лангтона — петля. Исходная петля показана на шаге 0. Каждое число представляет из себя состояние клеточного автомата (см. описание в основном тексте). На шагах 70, 120 и 151 состояния клеток обозначены цифрами, а на шагах 600 и 800 они переданы цветом от белого (состояние 0) до черного (состояние 7).

должают производить потомство. Исходная петля “породит” ребенка над своим исходным положением, а новая петля — справа от себя. Со временем популяция петель будет увеличиваться, пока весь экран компьютера, на котором выполняется моделирование клеточного автомата, не покроется спиралью петель (низ рис. 23).

Лангтон назвал компьютерное моделирование различных аспектов биологической жизни “искусственной жизнью”.

К искусственной жизни применялись самые разнообразные подходы. Например, давали возможность небольшим компьютерным программам конкурировать между собой за компьютерную память или создавали искусственную химию, где числа “вступали между собой в реакции”, порождая большие более сложные числа и образуя более сложные петли Лангтона (у некоторых из них даже бывал секс). Но в целом — это широкое поле для исследований, полное нерешенных задач. Мы видим, как при компьютерном моделировании возникают сложные конфигурации, и знаем, что биология изобилует сложными структурами. Но пока ученым не удалось установить жесткую связь между этими двумя наблюдениями. Мы не можем создать на компьютере настоящую искусственную жизнь.

Однако понимание того, как на основе индивидуальных взаимодействий возникают глобальные закономерности, стало важной частью науки и техники. Когда для киносъемок создают искусственные ландшафты — будь то земные леса и горы или фантастические пейзажи других планет, — за основу берут трехмерные фракталы. Всего нескольких строк компьютерного кода достаточно для порождения бесконечного разнообразия картинок, имитирующих реальный или выдуманный мир.

Некоторые энтузиасты-любители прониклись идеей Колмогорова и соревнуются в создании самых сложных ландшафтов с помощью кратчайших кодов. Один из них, пользователь Твиттера<sup>1</sup> с ником @zozuar, публикует твиты с компьютерным кодом, уместающимся в лимит из 280 символов и при этом порождающим жизнеподобные видео. На рисунке 24 показаны кадры из таких видео: деревья, горы, покрытые лесами, облака, волны, древние и современные города; сложность по Колмогорову всех этих изображений менее 280 символов.

За последние четверть века описание локальных правил взаимодействия для объяснения эмерджентных конфигураций

<sup>1</sup> На территории РФ Твиттер заблокирован по решению Роскомнадзора. — *Прим. ред.*



**Рис. 24.** Некоторые примеры сложных конфигураций, которые могут быть построены с помощью компьютерного кода, содержащего менее 280 символов. Автор — пользователь Твиттера [@zoziar](#).

заняло важное место во всех отраслях науки. Мои собственные исследования показали, как можно моделировать движение групп животных с помощью так называемых самодвижущихся частиц. Каждое моделируемое животное (частица) взаимодействует с соседними частицами согласно простым правилам притяжения, выравнивания и отталкивания. Эти модели можно использовать для представления виражей стаи скворцов летним вечером (так называемой мурмурации — группового скоординированного полета массы птиц), движения отары овец, подгоняемой пастухом, маневров косяка скумбрии, избегающего атак акулы, вихрей саранчи, несущейся через Сахару. Другие ученые похожими методами описывают рост злокачественных опухолей, развитие эмбриона, рост растений, возбуждение нейронов и многие другие биологические системы.

Поиск моделей, объясняющих, как взаимодействие компонентов системы влечет за собой функционирование си-

стемы в целом, — это пример восходящего подхода. Мы рассматривали такой подход, когда говорили об интерактивном мышлении применительно к особям двух типов: кролики и лисы; инфицированные и восприимчивые; муравьи, знающие, где есть пища, и не знающие этого; упавшие и стоящие костяшки домино; демократы и республиканцы; люди, повышающие и не повышающие голос. Все эти особи взаимодействуют между собой относительно простыми способами: влияют друг на друга, распространяют слухи, делают друг друга счастливыми или несчастными, побуждают заниматься спортом.

Теперь мы видим, что подобные взаимодействия на нижнем уровне могут породить гораздо более сложные взаимозависимости. Описано как взаимодействие между птицами, рыбами, ветками деревьев, клетками и другими составляющими различных систем, так и порождаемые этими взаимодействиями результаты на глобальном уровне. Описывая системы снизу вверх с помощью локальных взаимодействий между их составляющими, мы можем найти объяснение более сложным взаимосвязям на высшем уровне. Описание поведения отдельных птиц помогает объяснить движение всей стаи, на вид весьма сложное. Описание поведения раковых клеток помогает объяснить рост опухоли.

## Социальные барьеры

**В**осходящий подход широко распространен не только в биологии — он является ключевым и при объяснении социальной жизни. Все мы — части восходящей системы. Каждый следует своим собственным правилам поведения, а вместе это порождает сложную общественную жизнь.

Чтобы изучить социальную эмерджентность, давайте отправимся вслед за Дженнифер в университетскую библиотеку. В этом году ей захотелось перемен, и она поступила в магистратуру. Дженнифер намерена расширить свой кругозор, изменить взгляд на жизнь и в итоге заработать больше денег. Но для этого ей пришлось покинуть лондонских друзей и переехать учиться на север, в город, где она никого не знает.

Читальный зал, в котором она сейчас занимается, был построен почти сто пятьдесят лет назад. Он просторный, с потолком на высоте третьего этажа, со стенами, покрытыми полками с книгами, к которым можно подобраться по галереям. В зале — семь рядов столов, в каждом ряду — по тринадцать столов. У каждого стола один стул. В общей сложности — девяносто одно посадочное место.

В читальном зале полагается не раскрывать рта. Из-за высоких потолков и дерева столов и галерей малейший звук разносится по всему помещению. Все, что делает Дженнифер — открывает дверь, входит в зал, находит свободный стол, выдвигает стул, садится, достает свой ноутбук

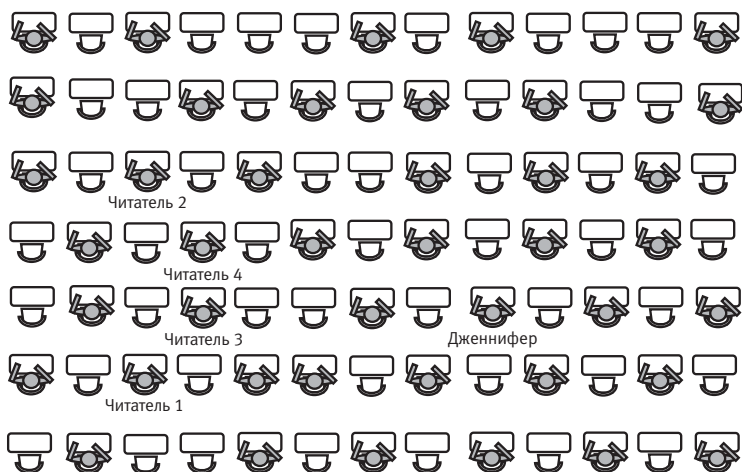


Рис. 25. Расположение читателей в библиотеке. Они рассаживаются в шахматном порядке, избегая близкого соседства. Номера читателей отражают порядок их прихода в библиотеку.

и книжки, — сопровождается мучительным шорохом. Она чувствует неодобрение окружающих, которым ее приход мешает заниматься.

Для Дженнифер преимущество занятий в читальном зале — это возникающие ограничения. Она знает, что проведет здесь несколько часов, потому что уйти или даже достать телефон из сумки — значит произвести слишком много шума. Она замирает, чтобы никого не потревожить, и так же поступают окружающие. В этом “замороженном” состоянии можно только учиться.

Размещение читателей в зале весьма специфическое. Соседние с Дженнифер столы слева и справа свободны, а те, что дальше, — заняты. В ее ряду сидят шесть человек: между каждыми двумя — хотя бы один свободный стол. Стол у нее за спиной свободен, а соседние с ним — заняты. То же относится и к ряду перед ней: там читатели сидят справа и слева по диагонали от Дженнифер. Если мы посмотрим на зал

сверху, то увидим некое подобие шахматной доски, где столы вокруг большинства студентов свободны (рис. 25).

Теперь давайте представим себе восходящие, индивидуальные правила, которые приводят к такой рассадке. Первый вошедший может сесть, где хочет. Задние ряды часто кажутся чуть более привлекательными и заполняются в первую очередь. Но на этой ранней стадии люди занимают места случайным образом. Эти-то ранние посетители и приводят к неидеальности шахматной доски. Например, читатель 2 на рисунке 25 пришел чуть позже читателя 1. Читатель 3 решил сесть по диагонали от читателя 1, поэтому, когда пришел читатель 4, зал уже был заполнен и ему пришлось принять компромиссное решение, выбирая между столом позади читателя 2 и столом перед читателем 3 (на этом варианте он остановился).

Схема рассадки в читальном зале (социальное дистанцирование) знакома всем нам не только по библиотеке, но и по общественному транспорту (какой чудак сядет рядом с незнакомцем в полупустом автобусе?!), лекционными аудиториями, кафе и другим общественными местами. Это эмерджентное следствие наших правил социального поведения. Хотя мы избегаем садиться рядом с незнакомцами, никто явно не формулирует, что рассадка в библиотеке должна напоминать слегка деформированную шахматную доску. Такую конфигурацию порождает наше поведение.

Дженнифер стала замечать подобные эмерджентные конфигурации буквально всюду. Встретив группу подростков, идущих домой из школы, она видит, что ряд из пяти человек имеет V-образную форму, где центральный подросток слегка отстает от остальных (рис. 26a). Такое расположение позволяет ребятам болтать между собой: повернувшись к центру, каждый может участвовать в разговоре. Группы из трех-пяти человек относительно стабильны, но группы из семи человек занимают на тротуаре слишком много места. Кроме того, крайним подросткам в такой длинной шеренге трудно общаться между собой. В итоге в некоторых случаях один-два человека выпадают из группы



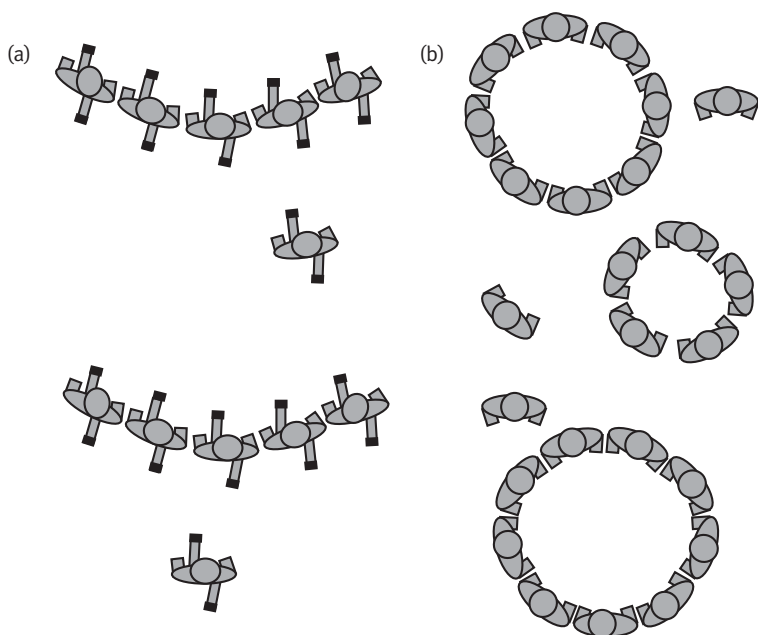


Рис. 26. (а) Школьники, идущие домой по дороге. (б) Замкнутые кружки друзей.

и идут отдельно. В других больших группах подростки сначала толкаются, стремясь оказаться в середине, а потом разбиваются на более мелкие группы, идущие одна за другой.

Школьнице, что идет с краю, труднее всего расслышать слова остальных. И еще ей приходится следить за тем, чтобы группа не задевала идущих навстречу взрослых. Чувство оторванности от группы вынуждает ее в конце концов отделиться и идти сзади остальных. Она смотрит на девочку, идущую в центре, к которой все поворачиваются, чтобы ее слушать, и ощущает себя еще более одинокой.

Входя в читальный зал, все мы хотим найти место, где можно спокойно заниматься. Но Дженнифер чувствует подобное дистанцирование и в учебных аудиториях — как это

происходит с ребятами, которые выпадают из групп по дороге домой. На лекциях Дженнифер всегда оставляет одно-два свободных места между собой и соседями. Другие студенты делают так же, оставляя свободными места около нее. Дженнифер хочет сесть поближе, но, глядя на то, как садятся остальные, чувствует дистанцию, которую она не в силах преодолеть. Во время перерывов девушка замечает, что другие студенты собираются в кружки, а она стоит в одиночестве (рис. 26b). В кружках студенты оказываются ближе всего друг к другу. А Дженнифер из сферы общения выпадает.

Глядя на складывающиеся конфигурации — аудиторию, где студенты сидят через одного, кружок друзей или V-образную цепочку подростков, — можно подумать, что люди стремятся именно к такому размещению. Однако зачастую это не так. Оказавшись с краю и выпав из группы ребят по дороге из школы, ты можешь чувствовать себя самым одиноким человеком в мире. Но вовсе необязательно, что остальные стремились тебя вытолкнуть.

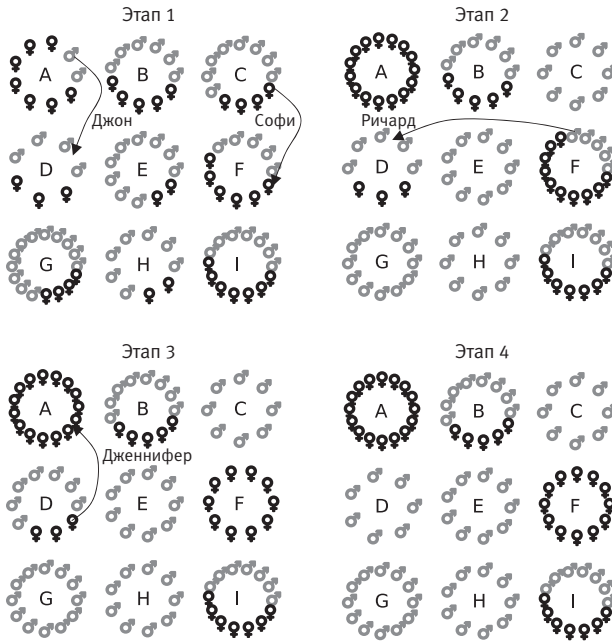
Такие структуры, как V-образная цепочка, вполне могут отражать социальную иерархию подростков: самый популярный оказывается в середине, второй и третий по популярности — слева и справа от него и так далее. Но подобные конфигурации преувеличивают и усиливают эту иерархию: те, кто идет по краям, вынуждены прилагать наибольшие усилия, чтобы участвовать в разговоре, и риск выпасть из группы для них наивысший. V-образная структура повышает уязвимость тех, кто с краю. Физические структуры, создаваемые зачастую просто ради удобства или эффективности, порой порождают социальные границы гораздо более жесткие, чем входило в планы участников процесса.

На Рождество Дженнифер возвращается в Лондон, чтобы пойти на большую вечеринку, где будут некоторые из ее друзей. Представьте себе, что в ожидании ужина сто человек —

шестьдесят мужчин и сорок женщин с бокалами в руках — разговаривают, разбившись на девять групп. Теперь представьте, что Джон стоит в группе из еще двоих мужчин и семи женщин (группа *A* на рис. 27, этап 1). Они обсуждают “И просто так” (сиквел сериала “Секс в большом городе”). Джону становится скучновато, и он, вежливо извинившись, переходит в другую группу, где четверо мужчин и три женщины говорят о футболе, в котором он разбирается лучше (группа *D*). Софи стоит в другой группе (группа *C*), в которой две трети — мужчины. Они обсуждают биткойны и уникальные токены, которые ее мало интересуют, и она переходит в соседнюю группу (группа *F*), более гендерно сбалансированную. Переходы Джона и Софи отражены на этапе 1 рисунка 27.

Перемещения Джона и Софи изменяют гендерный баланс в тех группах, из которых они ушли, и в тех, в которые они пришли. Приход Софи в группу *F*, наряду с приходом других женщин, покинувших группы, где преобладали мужчины, привел к тому, что в группе *F* более двух третей составили женщины. Почувствовав себя в меньшинстве, мужчины из этой группы стали переходить в другие. Один из них это Ричард, который присоединяется к новой группе Джона, как показано на этапе 2 рисунка 27. Приход в группу *D* Ричарда и еще одного человека привел к тому, что в этой группе оказались шестеро мужчин и три женщины. Но входящая в группу *D* Дженнифер не для того приехала в Лондон, чтобы обсуждать победный путь “Арсенала”. Она решает перейти в группу *A*, где говорят о ее любимом сериале. Переход Дженнифер показан на этапе 3. После всех этих перемещений пять групп состоят из одних мужчин, две — из одних женщин и только в двух группах — состав смешанный (этап 4).

Хотя я описывал перемещения людей на рисунке 27 как результаты индивидуальных решений каждого, на самом деле они подчиняются математической модели, согласно которой все руководствуются одним и тем же правилом. А именно: человек уходит из той группы, где членов его пола меньше трети,



**Рис. 27.** Модель офисной вечеринки. Шестьдесят мужчин и сорок женщин разбились на девять групп. Из тех групп, где число женщин превосходит две трети, мужчины перемещаются в группы, где большинство участников — мужчины. А из тех групп, где число мужчин превосходит две трети, женщины перемещаются в группы, где большинство участников — женщины. Этапы показывают, как меняется состав групп с течением времени.

и перемещается в случайным образом выбранную группу, где лица его пола составляют большинство. У отдельного человека это предпочтение выражается довольно слабо — каждый готов входить в меньшинство, — тем не менее в результате переходов большинство людей оказывается в однополых группах.

Посмотрев на образовавшиеся группы, Дженнифер сначала решила, что мужчины и женщины предпочитают не разговаривать друг с другом. Но потом она задумалась о том, как индивидуальные решения порождают финальное распределе-

ние людей по группам. Она знает, что ее друзья не стремятся к формированию однополюх групп: получившееся распределение просто вытекает из индивидуальных решений каждого. Можно было бы спланировать такое разделение на девять групп, при котором в каждой группе было бы по шесть-семь мужчин и по четыре-пять женщин, каждая группа не менее чем на треть состояла бы из мужчин и не менее чем на треть из женщин, и все были бы довольны этим раскладом. Дженнифер размышляет о другом порядке действий. Например, она могла бы позвать трех подружек и присоединиться к группе мужчин. Тогда группа была бы сбалансирована и ее участники были бы довольны.

То, как на основании личных взаимодействий формируются социальные структуры, помогает нам разобраться со сложностью. Конфигурации группы или общества в целом нужно рассматривать не сами по себе, а как следствие действий их членов. Отдельные люди часто ведут себя намного проще (иногда даже неосознанно или бездумно), чем можно решить, глядя на общество в целом. Следуя своему определению, Колмогоров бы сказал, что социальная иерархия подростков или сеть социальных взаимосвязей лондонцев не столь сложна, как нам сначала показалось. Установив правила взаимодействия, мы сводим кажущуюся сложность к понятной простоте.

Отсюда вытекает ответственность каждого из нас. Если вы пользуетесь влиянием или популярностью (в силу своей должности или социального положения), подумайте, как вам лучше встать или сесть, чтобы никого не исключать. Не формируйте тесный кружок друзей, к которому остальные не могут присоединиться. Когда вы идете с группой людей, обернитесь и проверьте, не оказался ли кто-то сзади в одиночестве. Время от времени сядьте на лекции рядом с кем-то незнакомым и перекиньтесь с ним парой слов. В ходе коллективного общения мы можем невольно создавать барьеры между людьми. Вы несете личную ответственность за то, чтобы заметить и по возможности устранить их.

# Человек существует только во взаимосвязях с другими людьми

**Е**ще больше осложняет социальную жизнь то, что наши правила меняются в зависимости от результатов общения с окружающими. Сложность накладывается поверх сложности.

Подобно тому, как даосские понятия инь и янь помогают видеть различия между порядком и хаосом, философия убунту, получившая устное распространение во многих африканских регионах, дает представление о нескольких уровнях сложности. Мировоззрение убунту можно коротко сформулировать так: человек существует только во взаимосвязях с другими людьми. Это гуманистическая философия, известная на Западе прежде всего как один из основных принципов деятельности Комиссии истины и примирения, созданной в ЮАР в рамках преодоления последствий апартеида. В своей речи “Без прощения нет будущего” архиепископ Десмонд Туту<sup>1</sup> так охарактеризовал убунту:

Я полностью становлюсь собой, только если вы — все, чем вы можете быть. Гнев, возмущение, затаенная обида разрушают, подрывают высшее добро, великое благо африканской социальной гармонии и разъедают ее самую суть. Про-

1 Южноафриканский англиканский епископ и богослов, известный борец с режимом апартеида и правозащитник (1931–2021). Лауреат Нобелевской премии мира 1984 года.

щение — это не альтруизм, это — лучшая форма эгоизма. Вы же знаете, что происходит с вашим давлением, когда вы застреваете в пробке? “Кто только позволил этим болванам сесть за руль?!” Прощение так же полезно для вашего физического здоровья, как и для духовного.

В примере Туту транспортная пробка — это эмерджентная структура, возникающая из-за всеобщего желания попасть домой после работы. Апартеид — тоже эмерджентная структура, разделяющая людей по расовому признаку. Я ни в коем случае не равняю жизнь в условиях апартеида со стоянием в пробке. Я лишь хочу сказать, что оба примера иллюстрируют невозможность вычленив человека из социальной структуры.

Хотя Туту делает упор на прощении и гармонии, убунту не сводится лишь к этим двум понятиям. Убунту — это глубокое понимание того, что мы определяемся нашими взаимоотношениями с окружающими. В предыдущей главе мы видели, что, глядя на группу мужчин на вечеринке, не нужно делать вывод, будто они хотят разговаривать только с мужчинами, а глядя на отставшего от группы подростка, — что его никто не любит; и не нужно думать, что никогда не следует садиться рядом с незнакомцем на лекции. Но не все участники процесса видят это именно так: фанат футбола принимается искать чисто мужские группы; девочка, одиноко бредущая домой, начинает считать себя нелюдимиой; студент, который не может усидеть спокойно в библиотеке, считает (ошибочно), что учеба не для него; а застрявший в пробке водитель смотрит на окружающих, как на идиотов. Убунту подчеркивает, что человек формируется системами, в которые входит. Мы существуем только через взаимосвязи с другими людьми.

Мы особенно хорошо понимаем, что нас определяет наше социальное окружение, когда попадаем в толпу. В июле 2002-го на концерте *Fatboy Slim*, проходившем на берегу моря, было проведено исследование того, как восприняли это событие некоторые из 65 тысяч зрителей. На концерт пришло в триче-

тыре раза больше людей, чем ожидалось. Толпа оказалась стиснутой между неровной береговой линией, где начался прилив, и сценой. Охранники не смогли перемещаться в этой толпе, и многим сторонним наблюдателям ситуация показалась ненадежной и опасной. Но посетители концерта восприняли ее иначе. Те, кто был в самой гуще толпы, не чувствовали стесненности и остались более довольны мероприятием, чем те, кто был по краям. Общность с окружающими дает ощущение принадлежности и социальной защищенности.

С точки зрения физической защищенности плотные скопления людей *не* безопасны. При плотности семь и более человек на квадратный метр толпа способна превратиться в подобие жидкости, в которой ударные волны могут подхватывать и уносить людей. Во время хаджа — в ходе которого два, а порой и три миллиона мусульман ежегодно совершают паломничество в Мекку — плотность в пиковый период может достигать двенадцати человек на квадратный метр. Это неоднократно приводило к катастрофам. В январе 2006-го 363 паломника погибли в давке на мосту Джамарат. Через девять лет, несмотря на частичную перестройку маршрута, снова случилась катастрофа — погибли тысячи человек.

Тем не менее, как и в случае с концертом *Fatboy Slim*, участники хаджа, ощущавшие единение с остальными паломниками, чувствовали себя безопаснее всего при наибольшей плотности толпы. Это объясняется тем, что в толпе люди испытывают поддержку окружающих. Исследователи описывают концепцию “беспорочного круга”, распространенную среди паломников. Они стремятся оказаться в плотном окружении самых увлеченных участников хаджа. В гуще правоверных мусульман они чувствуют себя наиболее комфортно, а это — в свою очередь — усиливает их веру в важность паломничества.

Физическое взаимодействие в скоплении людей само по себе порождает сложные конфигурации: от небольших V-образных групп пешеходов (рис. 26а) до массовых волн дав-



ления среди паломников или посетителей концерта. Но люди сложнее бильярдных шаров. В толпе они изменяют свои правила поведения именно потому, что ощущают себя иначе. Эмерджентная конфигурация, возникающая на концерте *Fatboy Slim* или во время паломничества в Мекку, это не просто масса движущихся тел, но и ощущение принадлежности к определенному сообществу, связи с окружающими.

Оказалось, что совершившие хадж мусульмане больше верят в гармонию между различными религиями и более мирно настроены. Опросы про посещение концертов *Fatboy Slim* не проводились, но легко представить себе, что двое знакомых, обнаружив годы спустя, что оба были на одном концерте, испытают то же чувство единения. Побывав в центре толпы, где люди оказываются потенциально опасно прижатými друг к другу, испытываешь чувство общности, которое запоминается на всю жизнь.

Именно чувство принадлежности к одному сообществу заставляет людей держаться ближе друг к другу и порождает в толпе позитивные эмоции. Преподаватель Университета Сассекса Энн Темплтон провела следующий эксперимент. Она раздала ста двадцати второкурсникам-психологам бейсболки с надписью *Sussex Psychology*, чтобы напомнить им об объединяющем их курсе. Потом она с коллегами сделала видеозапись того, как студенты шли из лекционной аудитории на другие мероприятия. Студенты, получившие бейсболки, держались ближе друг к другу, шли медленнее и формировали более многочисленные группы, чем это было после такой же лекции на неделю раньше. Тогда они шли группами по два-четыре человека, а некоторые — поодиночке, а теперь группы состояли из шести-семи человек. Ощущение принадлежности к единому сообществу изменило их взаимодействие.

Людей может объединять разное: общая религия, совместная учеба или развлечения. И это объединение — независимо от его причины — заставляет их держаться ближе друг к другу и приносит удовлетворение.

Когда в следующий раз вы окажетесь в группе людей, задумайтесь. Подумайте о физическом взаимодействии с теми, кто рядом. Подумайте о том, чем вы руководствуетесь, следуя за другими, приближаясь к ним или удаляясь от них. Подумайте об ощущении общности в вашей группе. Подумайте о том, какое влияние эта группа оказывает на тех, кто в нее не входит, и на тех, кто входит в другие группы. Подумайте о том, как группы, в которые вы входите и которые покидаете, формируются обществом и как они влияют на общество. Подумайте об истории возникновения вашей группы и о том, как эта группа может повлиять на историю. А главное — осознайте, что именно все эти уровни социального взаимодействия делают *вас* личностью через взаимосвязи с другими людьми.

## Вот он!

**Н**а последней неделе летней школы Крис показал нам многочисленные примеры того, как математические модели помогают разбираться в биологических и социальных процессах. Он подчеркнул, что при построении математических моделей для изучения реальности наша задача — находить простые правила, порождающие эмерджентные конфигурации. Он напомнил, что идеальных моделей не бывает, поэтому при компьютерном моделировании любого природного явления мы всегда должны учитывать тот факт, что многие аспекты реальности останутся необъясненными.

— Но это нормально, — сказал он. — Модели служат ученым вспомогательными средствами. Возможно, мы никогда полностью не поймем всю сложность нашего существования. Но мы должны искать простые объяснения того, как взаимодействуют части системы. Так мы проникнем в суть сложности.

Последняя, пятничная лекция Криса отличалась от прежних. Он закрыл ноутбук, на котором показывал результаты компьютерного моделирования, и начал рисовать на доске. Он изобразил прямоугольный треугольник, у которого стороны, прилегающие к прямому углу, были помечены числами 3 и 4, а лежащая напротив прямого угла — буквой  $x$ .

— А теперь, — сказал он, — найдите  $x$ .

— Это просто, — заявил Макс, подняв руку быстрее Руперта. — Это пять. Надо просто применить теорему Пифа-

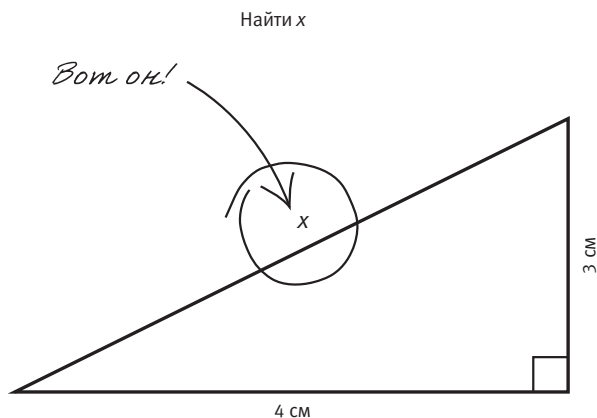


Рис. 28. Вот он!

гора. Три в квадрате — девять. Четыре в квадрате — шестнадцать. В сумме получаем двадцать пять, извлекаем квадратный корень и получаем пять.

— Хорошая попытка, — отметил Крис. — Но это не тот ответ, которого я жду.

Пока Крис говорил, Замия медленно поднялась, подошла к доске и показала на написанный на доске  $x$ .

— Вот он! — воскликнула она (рис. 28).

Все засмеялись.

Крис сказал:

— Вот именно, Замия. Это я и хотел услышать. Вот он! Хотя ответ “пять” верный, твой ответ важнее. Не только потому, что он забавный, но и потому, что выходит за рамки системы. Этот неожиданный ответ возникает из самой постановки моего вопроса.

Крис сказал, что “Вот он!” — более глубокий ответ на его вопрос. Он сообщает нам то, о чем мы раньше не задумывались. Он нарушает негласную договоренность между преподавателем и учащимся о том, что означают такие символы, как  $x$ , 3 и 4. Соглашение о том, что мы рассматриваем именно ма-

тематическую задачу, — искусственно. Оно справедливо лишь в условиях урока математики.

— Как наверняка известно Замии, — сказал Крис, — эта шутка перекликается со словами австрийского философа Людвиг Витгенштейна.

Оказывается, примерно в то же время — в начале XX века, — когда Фишер и Лотка бились над проблемой корректного измерения и описания происходящего вокруг нас, Витгенштейн искал ответ на сходный вопрос: что нам доподлинно известно о мире? Важное разъяснение содержится в предпоследнем абзаце его “Логико-философского трактата” — этого революционного труда 1918 года:

Мои предложения поясняются тем фактом, что тот, кто меня понял, в конце концов уясняет их бессмысленность, если он поднялся с их помощью — на них — выше их (он должен, так сказать, отбросить лестницу, после того как взберется по ней наверх).

Он должен перебраться через эти предложения, лишь тогда он правильно увидит мир<sup>1</sup>.

Возьмем, к примеру, реакцию Антонио на сложные клеточные автоматы. Крис выразил надежду, что в будущем Антонио создаст собственные математические модели тропического леса, которые объяснят, как из взаимодействия отдельных особей возникают свойства экосистем. Эти модели послужат ему лестницей, вскарабкавшись по которой, он сможет взглянуть на систему сверху.

Именно так клеточные автоматы и другие подобные модели используют колмогоровское определение сложности. Мы стремимся найти объяснение, максимально снижающее сложность. Найдя его, мы получаем новый взгляд на явление.

<sup>1</sup> Переведено с немецкого и сверено с авторизованным английским переводом И. С. Добронравовым и Д. Г. Лахути. М.: Канон+, 2017.

По словам Криса, каждый из нас способен отыскать пример того, как подтрунивает над нами жизнь (шутку типа “Вот он!”). Нужно выйти за пределы системы, чтобы понять нечто большее. Найти пути возникновения сложности.

— Но, — предупредил нас Крис, — лестница Витгенштейна и шутка “Вот он!” дают дополнительное видение.

Понимание того, как мы реагируем, узнав, как индивидуальные взаимодействия порождают коллективную конфигурацию. Поняв, как возникает конфигурация, мы по-новому видим изучаемое явление. Видим шутку, которую сыграл с нами мир. Сложное становится простым.

Однако из этого не следует, что сложность исчезает. Она просто меняет форму, после того как мы изменили точку зрения. Вот почему, как говорит Витгенштейн, взобравшись по лестнице, ее следует отбросить. Важна не модель сама по себе, а то понимание, которое она дает. Получив это понимание, нужно искать новые пути преодоления сложности. Сама природа сложных систем с их разными гранями и запутанными особенностями стоит за тем, что они постоянно выдвигают новые проблемы и предлагают новые вопросы. Мы никогда не сможем удовлетвориться одной точкой зрения или одним пониманием. Нам придется постоянно начинать заново и, посмеявшись над своими предыдущими попытками, опять двигаться вперед.

Только поняв всю глубину сложности, мы начнем постигать ее секреты.

## Это сложно

**Н**а протяжении всей книги мы строили модели: модель нашего здоровья и уровня удовлетворенности; того, как ссорятся пары, и того, как мы мотивируем своих друзей; модели хаоса, возникающего в результате наших жизненных решений, и модели социальных структур, которые встречаются в группах, толпах и обществе. С помощью этих моделей Чарли и Айша нашли способ меньше ссориться, Ричард выработал более полезный для здоровья подход к сладкому, а Дженнифер перестала чувствовать себя такой одинокой.

Но... каждая из этих моделей — не конец истории. Каждое из решений вызвало новые трудности. Может быть, в браке Чарли и Айши теперь, когда они перестали ссориться, несколько снизился накал чувств? Может быть, Ричард узнался, отчитывая окружающих за то, что они не умеют контролировать свои желания? Может быть, в результате изучения социальных структур у Дженнифер возникло ощущение отчужденности и теперь она смотрит на людей как на взаимозаменяемые детали неупорядоченного целого?

Убунту, “Вот он!” и лестница Витгенштейна говорят нам, что при работе со сложностью важно не только найти правильную модель. Нужно захотеть выйти за пределы модели и посмотреть, как она нас изменила. Нужно рассмеяться над шуткой “Вот он!”, которую мы сыграли сами с собой, отбро-

силь лестницу, которая помогла нам взобраться наверх, и увидеть, что мы изменились сами и изменили окружающих.

Поиск сложности никогда не кончается и происходит во всех направлениях. Мы уже видели, как он ведет нас вверх, чтобы мы посмотрели на свои взаимодействия в качестве частей систем, в которые входим. Теперь, в последних главах этой книги, мы двинемся в обратном направлении. В конце своего путешествия мы присмотримся к сложности внутри нас самих.



## Почти всегда сложно

**Ч**тобы перейти к этой финальной части нашего путешествия, вернемся на Международный конгресс математиков в Ницце в 1970-м.

За обедом несколько более молодых членов группы Бурбаки, французских сторонников строгой математики, постарались сесть за один стол с Колмогоровым. Их не убедило его выступление, они хотели, чтобы он снова объяснил им все с самого начала.

Колмогоров охотно согласился. Он написал на салфетке двоичную цепочку, последовательность битов:

0000000000000

и объяснил, что эту цепочку можно описать словами:

“Написать ноль 13 раз”.

Само по себе это утверждение не короче исходной цепочки, но так можно строить и очень длинные цепочки. Например, выписывание 1378 нулей займет на салфетке много места, а вот фраза

“Написать ноль 1378 раз.”

весьма краткая. То же относится и к периодическим последовательностям. Например, последовательность

$$101101101101\dots$$

можно записать так:

“Написать 101 определенное количество раз”.

Все, что нужно сделать, это найти повторяющуюся часть (в данном случае 101) и указать, сколько раз она повторяется. В этом, сказал Колмогоров, и есть суть его меры сложности: у повторяющейся двоичной цепочки или любой другой цепочки, задаваемой с помощью алгоритма, сложность, которую можно обозначить буквой  $K$ , невелика.

Потом Колмогоров предложил им представить себе самую сложную последовательность из единиц и нулей, которую только можно вообразить. По его определению, это такая цепочка, которую можно описать, лишь выписывая саму цепочку. В качестве примера он написал на салфетке:

$$0100100101110$$

В этой цепочке тринадцать битов, то есть ее длина — тринадцать. И ее  $K$  тоже равна тринадцати, потому что нельзя придумать более короткое описание этой цепочки, чем она сама. Он задался вопросом, как часто встречаются такие цепочки. Скольким из всевозможных двоичных цепочек нельзя дать более короткого описания, чем они сами?

— Такие цепочки должны встречаться очень редко, — предположил кто-то из группы Бурбаки. — Ведь в большинстве цепочек должны быть какие-то закономерности?

Колмогоров широко улыбнулся.

— Если бы вы были со мной знакомы, то знали бы, что как математик я не столько отвечаю на вопросы, сколько умею

их правильно задавать. А ваш вопрос поставлен неверно. Я предположил обратное: что длинные цепочки почти всегда сложные в том смысле, что их нельзя укоротить.

Для иллюстрации своего утверждения Колмогоров написал на салфетке длинную цепочку единиц и нулей:

101010110001000111001000001111001011101110000101

Он пришел к убеждению, что подобные написанные наобум цепочки нельзя упростить или укоротить. Его гипотеза: как только цепочка становится достаточно длинной, вероятность найти в ней закономерность равна нулю.

Колмогорову эта гипотеза казалась верной, однако доказать ее довелось не ему, а молодому шведскому ученому по имени Пер Мартин-Лёф, который побывал в лаборатории Колмогорова то ли в 1964-м, то ли в 1965 году. Мартин-Лёф разработал тест для определения сложности, который заключался в последовательной проверке отдельных фрагментов цепочки на повторяемость. Он показал, что цепочки, которые прошли его тест (то есть такие, для которых не находилось повторяющегося фрагмента, как бы ни делить их на части), были сложными в смысле Колмогорова: их описание невозможно было сократить. Более того: Мартин-Лёф выяснил, что для достаточно длинных цепочек (больше, допустим, нескольких миллионов битов) число двоичных последовательностей данной длины, которые нельзя сократить, гораздо больше, чем число тех, которые сократить можно. На самом деле почти все достаточно длинные двоичные цепочки сократить невозможно.

— Следовательно, — сказал Колмогоров, — сложность — это правило, а не исключение. Почти все достаточно длинные последовательности единиц и нулей невозможно сократить.

Количество конфигураций, не поддающихся упрощению, значительно превосходит число тех, для которых мы можем найти простое объяснение.

## Кто я такой?

**Б**ольшинство из нас в какой-то момент задает себе вопрос: “Кто я такой?” Некоторые до конца жизни пытаются найти на него ответ, другие не меньше времени тратят на то, чтобы избежать его рассмотрения. Но что бы мы ни делали, этот вопрос остается.

Поиск ответа можно начать, например, с того, чтобы представить себя в виде цепочки чисел, а потом, следуя подходу Колмогорова, попытаться определить ее сложность. Этот путь мы сейчас и рассмотрим. Можно ли выразить вашу суть одной фразой?

В вашем мозгу 86 млрд нейронов. Может показаться, что это большое число, но это не так. Давайте попробуем сравнить его с количеством потенциальных конфигураций вашего мозга. Возбуждение нейронов, о котором говорят нейробиологи, это кратко сформулированная констатация того, что нейроны обмениваются электрическими сигналами. Каждый нейрон может быть в одном из двух состояний: возбуждения или покоя. Два нейрона могут представлять собой одну из четырех конфигураций: оба — в состоянии покоя; первый — в покое, второй возбужден; первый возбужден, второй в покое; оба возбуждены. С помощью двоичных цепочек эти четыре варианта описываются так:

00, 01, 10 и 11

Добавьте третий нейрон, и конфигураций станет восемь:

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 и 111

Четвертый нейрон дает шестнадцать возможных конфигураций. И так далее. Каждое добавление нейрона ведет к удвоению числа возможных конфигураций нашего мозга. Тридцать два нейрона дают  $2$  в степени  $32$  возможных конфигураций, а это 4,3 млрд.

Чтобы вычислить общее число возможных нейронных конфигураций внутри нашего черепа, нужно умножить двойку на себя 86 млрд раз. Это очень большое число, равное десяти в степени 25,9 млрд. Чтобы выписать число, отражающее состояние вашего мозга, потребуется цепочка, содержащая 25,9 млрд знаков.

И это еще серьезная недооценка его сложности. Хотя возбуждаются нейроны, информацию между ними передают сотни триллионов синапсов. Поэтому правильная — и самая скромная! — оценка сложности мозга: десять в степени сто триллионов. Только представьте себе запись этого числа: единица, а за ней сто триллионов нулей. Проще говоря, нельзя даже вообразить, сколько различных конфигураций может быть у вашего мозга.

Существует миф, что мы используем свой мозг только на 10%. Он возник из-за высказывания, ошибочно приписываемого Альберту Эйнштейну. Позже это декларировал “экстрасенс” Ури Геллер (тот, что гнул ложки), утверждавший, будто остальные 90% могут позволить нам деформировать небольшие металлические предметы. Геллер, разумеется, нес чепуху. Но наш мозг действительно использует лишь ничтожную долю из потенциально возможных конфигураций. Представьте себе, к примеру, что конфигурация мозга меняется каждую миллионную долю секунды. Тогда (в предположении, что вы проживете сто лет) ваш мозг пройдет менее чем через  $10$  в степени  $16$  конфигураций (то есть  $100$  лет  $\times$   $365$  дней  $\times$

$\times 24 \text{ часа} \times 60 \text{ минут} \times 60 \text{ секунд} \times 1 \text{ миллион конфигураций}$ :  
 $100 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 1000000 = 3\,153\,600\,000\,000\,000$ , а это  $3,155 \times 10^{15}$ , что меньше, чем  $10^{16}$ ).

Десять в шестнадцатой степени может опять-таки показаться огромным числом, но если разделить его на десять в степени 25,9 млрд, чтобы получить ту долю конфигураций, которую реально использует ваш мозг, то получится ничтожно малое число, а именно:

$$\frac{10}{10^{25\,900\,000\,000}} = \frac{1}{10^{25\,900\,000\,000 - 16}} = \frac{1}{10^{25\,899\,999\,984}}$$

Так что за долгую жизнь, исчерпав все возможные десять в шестнадцатой степени конфигураций, вы не сможете даже приблизиться к использованию всех возможных состояний вашего мозга.

В последнее время Джон много размышлял о том, что представляет собой как личность. В отличие от Дженнифер, которая устремляла взор на внешний мир, исследуя свои взаимоотношения с другими студентами, Джон вглядывался в себя, чтобы понять, кто он есть. Он начал с того, что задумался: что его определяет? Подумал о том, что получится, если записать все слова, которые ему когда-либо говорили или которые он слышал в кино, по радио или на *YouTube*. Исходя из своего жизненного опыта, он решил, что таких слов наберется около 12 тысяч в день. Возможно, это и недооценка, но ему требовалось хотя бы грубое представление. Одно слово состоит в среднем из пяти букв<sup>1</sup>, каждая из которых может быть закодирована восемью битами (с помощью, к примеру, кода ASCII). Это значит, что Джон получил  $34 \times 365 \times 12\,000 \times 5 \times 8 = 5\,956\,800\,000$  битов информации.

Поскольку каждый из этих битов может принимать значение единица или ноль, это означает, что 34-летний чело-

1 Эта оценка верна для английского языка. Средняя длина русского слова — шесть букв.

век, вроде Джона, может получить примерно две в степени 6 млрд различных цепочек информации. В десятичных числах это, грубо говоря, десять в степени два миллиарда. Для сравнения: число частиц во Вселенной обычно считают равным десяти в степени восемьдесят — ничтожной части от десяти в степени два миллиарда. И это всего лишь информация, полученная им в виде устной речи. Добавьте сюда то, что Джон прочел и увидел, услышанные им звуки, вкус съеденного, запахи — и его жизненный опыт увеличится еще больше.

Независимо от того, как мы себя рассматриваем — как различные конфигурации нашего мозга или как накопленный жизненный опыт, — для описания нас понадобится очень длинная цепочка чисел. Джон — это строка, состоящая из миллиардов и миллиардов цифр. Он прожил один из почти невообразимого изобилия вариантов того, как могла сложиться его жизнь. Математики называют длину строки ее размерностью. Каждый из нас — объект с многомиллиардной размерностью.

Согласно описанной в предыдущей главе теории сложности Колмогорова огромное большинство строк высокой размерности не имеет более простого описания, чем сама строка. Это теоретический результат, но о нем не стоит забывать, когда мы рассматриваем себя как строку цифр. Строки, описывающие мигание нейронов в мозгу и ваш колоссальный жизненный опыт, состоят из миллиардов цифр. Есть ли короткая компьютерная программа, которая может воспроизвести вашу личность? Существует ли у человека представление с малой размерностью?

Джон провел много времени, рыща по Сети и пытаясь понять, кто он на самом деле, постичь собственную суть. Он начал с астрологии. Его астрологический знак — Рак, что, как он прочел, объясняет, почему во многих ситуациях он чувствует смущение и замыкается. Правда у них на работе есть парень, который родился в тот же самый день, но являет собой полную противоположность Джона: всегда смеется, шу-

тит, душа любой компании. Это и несколько других аналогичных наблюдений приводят Джона к мысли, что астрология на самом деле ничего не объясняет.

И тут наш герой обнаружил в интернете типологические тесты — Майерса-Бриггса, тест DISC и тест “Большая пятерка”, — которые якобы позволяют определить свой тип личности. Эти тесты состоят из тридцати-сорока соответствующих вопросов. Например, “Плачете ли вы, когда видите плачущего человека?”, “Заводите ли вы разговоры на общественных мероприятиях?”, “Завершаете ли вы начатые проекты?”, “Вы сентиментальны?”, “Считаете ли вы, что размышление над философскими вопросами — пустая трата времени?”, “Вы действуете, руководствуясь в большей степени головой, чем сердцем?”

После прохождения Джоном теста на экран выскакивает описание его личности. В самом последнем пройденном им тесте было пять категорий: “Интровертность или экстравертность”, “Интуиция или наблюдение”, “Мысли или чувства”, “Оценка прошлого или планирование” и “Уверенность или беспокойство”; по каждой из них выставлялась оценка от единицы до десяти. Джон получил два в отношении экстравертности, восемь по интуиции, четыре за мышление, три за оценку и шесть за уверенность. В итоге его расценили как интроверта: человека с интенсивной внутренней жизнью и глубокой эмоциональной реакцией на культуру, но стеснительного.

Тесты, которые определяют пять свойств личности, оценивают пять ее измерений. Это дает десять в пятой степени, то есть сто тысяч различных оценок, что означает, что лишь у небольшого числа людей оценки в точности совпадут. Но пять измерений — это ничтожно малое число по сравнению с десятью в степени миллиард потенциальных вариантов Джона.

Эта чудовищная разница между размерностью личностного теста (пять) и размерностью нашего человеческого



опыта (несколько миллиардов) означает, что попытки Джона постичь свою суть с помощью онлайн-тестов заведомо обречены на провал. Размерность нашего мозга и нашего жизненного опыта значительно превосходит число измерений, которое нам доступно. Согласно колмогоровской сложности очень маловероятно, что единственное измерение или даже пять измерений могут отразить все особенности конкретного человека. Невозможно упростить описание строки Джона.

Прохождение онлайн-личностных тестов может быть полезным упражнением. Но чтобы извлечь из него максимальную пользу, нужно сначала понять собственную несокращаемую сложность. При выполнении этих тестов стоит подумать о нюансах: о том, как формулировки вопросов влияют на ваши ответы. Например, когда Джон проходил оценку на экстравертность, он отвечал на вопросы “Я начинаю разговоры” и “Я мало говорю” в контексте вечеринок и общественных мероприятий, которые он не любит.

Джону нужно попробовать ответить на эти вопросы, представляя себя не на вечеринке, а в каких-то других ситуациях. Стыдится ли он на работе? А в семье? Нравится ли ему делать доклады? Есть ли разница, выступает ли он по зуму или очно? Как он ведет себя с друзьями? Может быть, им он охотнее высказывает свои мысли? А что меняется, если он встречается с людьми за чашкой кофе, а не за бокалом вина, когда собеседники зачастую начинают говорить громко и стремятся доминировать? Чувствует ли он себя свободнее в разговорах на определенные темы, например, о футболе, в котором он хорошо разбирается? Может быть, он испытывает скованность во время светского разговора, а говоря о своей работе или семье, чувствует себя свободнее?

У интровертности самой по себе много измерений. Она меняется в зависимости от обстоятельств. Чтобы понять нюансы своей сложности, нужно раскрыть измерения каждого вопроса, который мы задаем о себе. Вместо того чтобы наивно принимать то, как личностный тест раскладывает нас по по-

лочкам, мы должны постараться разобраться в том, как сами вопросы раскрывают нас, позволяя посмотреть на себя по-разному в разных ситуациях.

Джона невозможно свести к небольшому числу измерений, независимо от того, что говорят онлайн-тесты, и от того, как другие люди пытаются упростить или категоризировать его. И на других людей не стоит наклеивать ярлыки, считая их стеснительными или откровенными, злыми или обиженными, умными или глупыми, организованными или взбалмошными. Все эти характеристики человека меняются в зависимости от контекста и ситуаций, в которых он оказывается.

Ответ на вопрос “Кто я такой?” в том, что *единого вас* нет. У вас миллиард разных измерений.

## Жизнь в коротких зарисовках

**В**ечером после своего выступления на Международном конгрессе математиков в 1970 году Колмогоров сидел в гостиничном номере и думал о том, кто он такой.

В юности у него был стремительный старт. Он вспомнил, как раскрылся его талант: он тогда был девятнадцатилетним первокурсником Московского университета. Его преподаватель, знаменитый профессор Лузин, в ходе доказательства теоремы на лекции сослался на некое утверждение, сказав студентам, что его они могут доказать сами в качестве упражнения. Колмогоров сразу понял, что утверждение неверно, и построил к нему контрпример. Лузин был поражен и поручил одному из своих лучших аспирантов, Павлу Урысону, проверить правоту Колмогорова. Колмогоров оказался прав. Это произвело на Урысона большое впечатление, и он пригласил Колмогорова на свои лекции, рассчитанные на более подготовленных слушателей. Юный студент и тут обнаружил ошибки в рассуждениях, так что Урысону пришлось частично переписать свой курс. Колмогоров продолжал учиться, подвергая все сомнению, и уже через год получил такие результаты, которые удивили не только его московских коллег, но и все международное математическое сообщество.

Тогда, как и сейчас, Колмогоров не мог понять, почему другие не всегда видят то, что видит он. Ему казалось, что почти все коллеги разбираются в математике лучше него.

Они строили длинные, замысловатые, занимавшие иногда сотни страниц доказательства, через которые он с трудом продирался. Однако, уловив общую идею, он часто находил способ значительно упростить доказательство. Парадоксально, что когда Колмогоров рассказывал свое более короткое решение преподавателям, они быстро схватывали его идею и часто корили себя за то, что не заметили “очевидного” доказательства.

В результате у Колмогорова сформировалось мнение, что математика балансирует между *тривиальным* и *недоступным*. Потратив недели или даже месяцы на поиски решения, он вдруг испытывал нечто вроде озарения: ему удавалось сменить точку зрения, и все становилось предельно ясным. Именно за эту способность взглянуть на проблему с другой стороны коллеги и считали его уникальным талантом, даже гением. Сам Колмогоров придавал мало значения похвалам, которые ему расточали. В школе биология и история нравились ему больше математики. Он полагал, что настоящий гений обладает знанием реального мира. И теперь, в 1970 году, считал, что, будучи в 1920-е московским аспирантом, нужных познаний не имел.

Именно этим недостатком жизненного опыта, весьма вероятно, объяснялось то, что произошло в 1929 году, когда в Москву вернулся из-за границы Павел Александров, еще один преподаватель Колмогорова. Молодой аспирант восхищался Александровым (который, кстати, первым из советских математиков совершил длительную зарубежную поездку), но был знаком с ним лишь формально — и тем не менее решил пригласить этого великого ученого в многонедельный лодочный поход по Волге. Как ни странно, его приглашение было принято.

Во время плаванья Александров рассказывал Колмогорову о своих путешествиях как по Советскому Союзу, так и по Европе, в компании с Урысоном (тем самым, который первым проверил результаты Колмогорова). Александров

описывал, как они по утрам занимались математикой, сидя рядом за одним столом в той комнате, которую в этот день снимали. Во время своего визита в 1923 году в Гёттинген они днем принимали участие в работе семинара отца современной математики Давида Гильберта, а вечера проводили в жарких математических дискуссиях с великой алгебраисткой Эмми Нётер и ее учениками (которых ласково называли “мальчиками Нётер”).

Но больше, чем истории о прославленных немецких математиках, внимание Колмогорова привлекли рассказы Александра о совместных с Урысоном прогулках и заплывах. Они прошли пешком через всю Норвегию, купаясь по дороге в каждом заливе и фиорде, какой бы холодной ни была тамошняя вода. Проводили целые дни, лежа на солнце и обсуждая не только математику, но и литературу, и музыку. Пушкина. Достоевского. Гёте. Бетховена. Чайковского.

Двое друзей посетили многие европейские города. Александрову особенно запомнился один июльский вечер 1924 года, когда они с Урысоном остановились в недорогой гостинице, напротив парижской Сорбонны. Вернувшись в свою комнату после ужина, они вышли на небольшой балкон. Александров рассказывал, как весь Париж раскинулся тогда перед ними в лучах закатного солнца, а из мансарды напротив доносилась фортепианная соната Бетховена. По его словам, именно это мгновение подлинного счастья он запомнил навсегда.

О такой полной впечатлений жизни мечтал и Колмогоров. Он мечтал о математических утрах. О плавании в озерах. О поэзии и музыке. О путешествиях. О дружбе. О любви...

Рассказы Александрова произвели на Колмогорова особенно сильное впечатление, потому что он знал: спустя всего несколько недель после этого парижского вечера произошла страшная беда.

Это случилось 17 августа 1924-го. Урысон с Александровым к тому времени добрались до Бретани и, как обычно, работали утром в домике, который снимали в маленьком ры-

бацком поселке Ба<sup>1</sup> на берегу моря. Увлечшись работой, они занимались математикой без перерыва до пяти вечера, гораздо дольше, чем обычно, прежде чем пошли плавать. Входя в воду, друзья ощутили легкое беспокойство. Не опасно ли сегодня купаться? Волны бились о скалы, а они с самого завтрака ничего не ели.

И все же, оба, переглянувшись, набрали побольше воздуха и, нырнув в невысокую волну, поплыли под водой в открытое море. Вынырнув, Александров увидел, что оказался дальше от берега, чем ожидал. Внезапно его с огромной силой потащило в море. А потом гораздо большая волна подхватила его и он, кувыряясь, понесся к берегу. Придя в себя и оглядевшись, он увидел в полусотне метров от себя Урысона, покачивавшегося на волнах, — в полусидячем положении, лицом вниз... Александров поплыл к другу и вытащил его на берег. Попытался откачать. Но было уже поздно — Урысон умер. Его жизнь — такая короткая — подошла к концу.

Колмогоров понимал, что во время их плавания по Волге Александров отчасти заново проживал свои путешествия с Урысоном пятилетней давности. И гордился тем, что Пес<sup>2</sup> — так он стал называть Александрова, когда они стали ближе, — доверился ему и, уже позднее, даже предложил вместе поехать по Европе, в частности, навестить Гёттинген.

Это были замечательные поездки. Колмогоров помнит, словно это было вчера, восторг, который он ощутил, когда его похвалил Гильберт, — молодой ученый решил тогда проблему аксиоматизации теории вероятности, поставленную этим немецким математиком. Не забыл он и вечера, проведенные у Эмми Нётер, и обеды с другими известными математиками. Вдвоем с Александровым они путешествовали

1 Так называл этот поселок Александров в своих воспоминаниях. Ныне Ба-сюр-Мер (*Batz-sur-Mer*) — известный курорт.

2 По инициалам Александрова — П. С.

по Баварским Альпам, посетили Фрайбург, поплавали в озере Анси во французских Альпах, а потом через Марсель отправились в Санари-сюр-Мер. Но как бы все это ни было прекрасно, самое лучшее, как теперь думает Колмогоров, ждало его впереди.

В 1935-м они купили дачу в деревне Комаровка. Колмогоров вспоминал об их тогдашнем замечательном распорядке. Три дня в неделю они проводили в Москве, а четыре — в Комаровке, причем один из дней был полностью посвящен физическим упражнениям: ученые катались на лыжах, ходили на веслах, отправлялись в долгие-долгие походы. Как вспоминает Колмогоров, в солнечные мартовские дни их лыжные прогулки (причем в одних трусах!) продолжались по четыре часа. Ранней же весной обоим нравилось плавать в реке, и если Андрей отваживался преодолевать в ледяной воде лишь небольшие расстояния, то Пес любил долгие заплывы. Зато с лыжами дело обстояло иначе: Колмогоров мог ходить на лыжах в одних трусах на немыслимые расстояния.

По вечерам друзья слушали музыку, часто вместе со студентами и коллегами, приезжавшими погостить.

Ну, а назавтра оба принимались за работу. Для Колмогорова те годы оказались необычайно плодотворными. Он занимался тогда как чистой математикой, так и ее приложением к реальному миру. Удивительно, но эти его счастливые времена совпали с периодом сталинских репрессий и Второй мировой войной, когда Колмогоров, как и многие его западные коллеги, с энтузиазмом решал специфические задачи, связанные, в частности, с эффективностью артиллерийской стрельбы.

В 1930-е Советский Союз значительно отставал от Западной Европы и США в своем понимании прикладной математики и статистики. Колмогоров был намерен изменить это положение. Он погрузился в математическую статистику (включая работы Фишера), стремясь соединить собственное абстрактное видение вероятности с практическим подхо-

дом кембриджских статистиков, с понятием максимального правдоподобия. Он изучил статью Лотки о моделях хищник-жертва и обобщил его результаты на случай экосистемы с любым числом взаимодействующих видов. Начал собственную программу исследования турбулентности: потока струй, волн на поверхности воды, следа, остающегося позади движущегося судна, воздушных потоков, возникающих при взлете самолета. Если судно движется очень медленно, вода его просто обтекает — это стабильная конфигурация. При усилении же потока возникают периодические волны. Колмогоров показал, что при очень сильных потоках — такие создаются, например, на хвосте самолета во время взлета — вихри бывают различных размеров и порождают непредсказуемую турбулентность. Иными словами, он показал, как повышение скорости судна ведет к переходу из стабильного состояния сначала в периодическое, а затем в хаотическое (десятилетия спустя эту идею подхватит молодой Стивен Вольфрам, давая определение своим четырем классам).

К началу 1960-х годов многие советские ученые полагали, что обогнали американских коллег в понимании того, как можно использовать математику для моделирования физической реальности. Отчасти это доказывала программа освоения космоса, но, кроме того, они ссылались и на то, что Колмогоров исследовал турбулентность за пятнадцать лет до того, как Эдвард Лоренц применил теорию хаоса к прогнозам погоды. Именно Колмогоров, утверждали его более молодые коллеги, первым нашел связь между детерминированным процессом (поступательное движение тела в жидкости) и его случайным результатом (турбулентным следом за телом). Впрочем, Колмогорова борьба за приоритет не интересовала. Он оценивал научные работы исключительно по тому, насколько нова была открываемая ими перспектива. И, скажем, компьютерное моделирование, проведенное Маргарет Гамильтон и Эллен Феттер для создания бабочки Лоренца, такую перспективу, безусловно, открывало.



Именно смена угла зрения привела Колмогорова к его нынешнему взгляду на сложность. Он с большим интересом прочел статью Шеннона по теории информации, но его внимание привлекло скорее значение конфигураций, чем непредсказуемость, которая измерялась энтропией. Ведь когда Клод и Бетти Шеннон по очереди предсказывали текст биографии Джефферсона, они выбирали абзацы из книги случайным образом. Исследователи рассматривали шеститомную биографию как бесконечный источник слов для угадывания, а не как конечное описание жизни Джефферсона. Содержание текста они намеренно игнорировали, так и не прочтя его от начала до конца.

К 1960-м годам жизнь самого Колмогорова наполнилась смыслом. А возник этот смысл из дружбы с Псом. Именно Александров научил его наслаждаться каждым моментом. С толком использовать каждый час. Поняв, что каждое действие имеет значение, Колмогоров смог сосредоточиться на наиболее важном для него самого. На радости учить молодых и старых, школьников и аспирантов. На гордости от того, что ученик решил трудную проблему. На проникновении в сложность эмоций окружающих его людей, на постижении самой сути их жизни. На глубинах, таившихся в стихах Пушкина и симфониях Бетховена. На плавании в озере и внезапном озарении, которое может случиться лишь в воде. На ощущениях, которые он испытывал, разговаривая с Псом о любви.

Именно смысл собственной жизни и породил мировоззрение Колмогорова: если бы ему нужно было анализировать биографию Джефферсона, “Войну и мир” Толстого или стихи Пушкина, он бы не стал, как Шенноны, брать абзацы наугад. Он бы изучил сюжет, структуру прозы, мелодию строф. Нашел элементы, из которых складывается смысл этих произведений.

Он понял, что смысл нужно искать в конечном мире происходящего здесь и сейчас. Смысл заключается в том, насколько хорошо мы описываем ситуацию. Жизнь человека ко-

нечна, и он сам решает, как провести время, отпущенное ему на Земле. Жизнь одних скучна: они никогда не путешествуют, не ищут глубоких истин; других — насыщенна: они всегда в поиске приключений, постоянно учатся и общаются с окружающими. Например, жизнь Урысона была короткой, но интенсивной. И именно такую интенсивную жизнь, полную богатых чувств и эмоций, преподнес Колмогорову Александров.

Теперь, сидя поздним вечером в гостиничном номере в Ницце, он посмотрел на кровать, где крепко спал Пес, уставший после насыщенного математическими размышлениями дня. Его история очень длинная, извилистая, интеллектуально яркая, он окружен многочисленными друзьями. И Колмогоров подумал, что сложность человека не имеет отношения к абстракции или бесконечности. Она — в конечном описании того, что он делает со своей жизнью. Чем сложнее человек, тем труднее его описать.

## Неописуемое объяснение

Э то был наш последний вечер. Последняя общая встреча в Санта-Фе.

Мы договорились собраться в относительно тихом модном баре, составлявшем разительный контраст с шумными ночными клубами и спортбарами, в которые мы ходили до этого.

Когда я пришел, там уже был Паркер. Он и Замия, хотя и сидели за одним столом с Эстер, Мадлен, Антонио, Алексом, Рупертом и Максом, держались от всех в сторонке и были глубоко увлечены беседой.

— О чем это Паркер ей рассказывает? — спросил я у Эстер, боясь что-нибудь упустить.

Я надеялся узнать еще что-то новое даже после блистательного финального “Вот он!” на лекции Криса.

Она взглянула на меня.

— Ты по-прежнему думаешь, что Паркер знает все? — спросила она со слегка снисходительной улыбкой. — Посмотри повнимательнее.

Приглядевшись, я увидел, что Паркер ничего Замии не рассказывал, а говорила как раз она. Паркер пытался вставить словечко и все больше раздражался, но она продолжала спокойно излагать свое мнение.

— Небось какая-нибудь постмодернистская чушь, — заявил Руперт. — Неудивительно, что он сердится. Философы вечно

твердят, что точные науки ошибаются и что математика ничем не отличается от гороскопов и религии. Думают, что могут поразить нас своими штучками типа “Вот он!”.

И Руперт принялся рассказывать о недавней шумихе, поднятой в философской среде нью-йоркским физиком Аланом Сокалом. За год до этого, в 1996-м, Сокал направил в журнал *Social Text* статью под названием “Нарушая границы: К трансформативной герменевтике квантовой гравитации”. В статье содержалось ничем не подкрепленное утверждение, что “физическая реальность... есть по сути лишь социальная и лингвистическая конструкция”. Далее говорилось, что достоверность психоанализа была подтверждена работами в квантовой теории поля, что для аксиомы равенства в теории множеств есть аналогичные концепции в феминизме и что квантовая теория гравитации имеет серьезные политические последствия.

Журнал эту статью опубликовал, а Сокал через три недели признался в мистификации. Оказывается, он хотел раскритиковать философское направление под названием постмодернизм, который, по мнению Сокала (и Руперта), был претенциозной кашей из заумных слов. Сокал намеревался продемонстрировать, что в гуманитарных науках с помощью наукообразной терминологии можно доказать что угодно, даже то, что физической реальности не существует. Руперт со смехом рассказывал о том, как статья Сокала вскрыла подлинную суть постмодернистов, этих псевдонаучных шарлатанов.

— В сравнении с постмодернизмом наши последние недели были очень близки к реальности, — заключил Руперт. — Я даже готов признать, что во время летней школы узнал кое-что новое. А вот Замию, я уверен, занесло куда-то не туда...

Замия как раз закончила разговор с Паркером, который теперь выглядел несколько подавленным, и повернулась в нашу сторону. Слова Руперта разнеслись по залу, и их было трудно просто проигнорировать.

— Статья Сокала продемонстрировала лишь его самонадеянность, — сказала она Руперту. — К сожалению, его мышлению недостает основательности.

Замия объяснила, что отрицание физической реальности — одна из многочисленных философских позиций, которую можно исследовать. Суть постмодернистского подхода в том, что нужно подвергать сомнению любые утверждения, скромно оценивая собственные знания.

— Значит, ты думаешь, что Сокал более самонадеян, чем философы вроде Витгенштейна, который избегает всякой ответственности, утаскивая лестницу из комнаты? — усмеялся Руперт.

Мы засмеялись, вспомнив рассказ Криса о словах австрийского философа. Замия тоже улыбнулась, задумалась ненадолго, а потом ответила:

— Это зависит от определения “самонадеянности”. Кто-то может счесть самонадеянным и тебя, Руперт. Мы все приехали сюда учиться, а ты — чтобы нейтрализовать опасность, грозящую твоему удобному теоретическому миру. Сначала ты счел угрозой лекции Паркера и рассуждения Криса. А теперь Крис стал твоим героем. И вот ты уже защищаешь их обоих от новой надвигающейся опасности. Похоже, ты не способен усвоить, что у сложности всегда есть еще один уровень.

Руперт был растерян и не знал, что ответить. Обернувшись, я увидел, что Паркер ушел. Сперва я подумал, что он отправился сделать новый заказ, но вскоре понял, что он испарился сразу после того, как Замия обратилась к нам. И, похоже, не собирался возвращаться.

Вызов приняла Эстер.

— Я уверена, Замия, что в некоем абстрактно-философском плане ты права: представители точных наук самонадеянны. Но давай посмотрим правде в глаза: мы находим ответы на вопросы. Именно это я объясняла на днях в институте Дэвиду. Паркер не знает всего, как не знает этого и Руперт, но это не значит, что верным может оказаться любой другой ответ.

— Вот как раз об этом я и говорила с Паркером, — отозвалась Замия. — Я рассказывала ему, чего, на мой взгляд, не хватало на наших занятиях. Они с Крисом не обозначили четкого ограничения своего подхода к сложности.

Замия объяснила, что Сокал лишь продемонстрировал, что неких рецензентов конкретного научного журнала можно обмануть недобросовестно написанной статьей. Настоящая же проблема в том, что представители точных наук не признают более фундаментального ограничения в их собственной работе: мы никогда не можем быть уверены, что наша теория справедлива. Точно так же нельзя знать, что найдено простейшее объяснение сложного феномена. Многие ученые ведут себя так, словно им под силу выяснить подлинную природу реальности, но они никогда не смогут этого сделать, никогда не будут уверены до конца...

— Почему ты так думаешь? — возразила Замии Эстер. — Нужно всего лишь найти верный алгоритм или компьютерный код для вычисления сложности любой ситуации. Сейчас я могу не знать, в чем этот алгоритм заключается, но в конце концов я его найду и дам тебе ответ.

— Вот в этом-то и проблема... — ответила Замия. — Сложность нельзя вычислить! Ты этот алгоритм никогда не найдешь, Эстер. Давай я объясню...

Замия снова повторила, что существует — как нам и рассказывал Крис — много разных простых правил, которые могут объяснить поведение сложных систем. Но при этом подчеркнула, что, согласно Колмогорову и Мартин-Лёфу, существует и огромное количество сложных последовательностей, которые нельзя свести к простым правилам. В идеальном мире мы бы попытались, как предложила Эстер, найти алгоритм или метод, позволяющий определить, является ли конкретная система по-настоящему сложной (и не может быть упрощена) или относится к категории тех, что могут быть объяснены проще. Говоря, что сложность нельзя вычислить, она имела в виду, что существование такого алгоритма или ме-

ханизма — определяющего сложность любой цепочки — логически невозможно.

Замия сказала, что докажет свое утверждение методом от противного. Он заключается в том, что мы предполагаем утверждение верным и доказываем, что из такого предположения следуют выводы, которые не могут быть верными.

В данном случае, сказала Замия, давайте предположим, что у Эстер есть машина, которая позволяет вычислить колмогоровскую сложность любой цепочки. Предположим также, что длина компьютерного кода этой машины составляет миллион битов. Теперь представим, что Дэвид просит Эстер найти цепочку длиной, допустим, два миллиона битов с колмогоровской сложностью два миллиона битов: ее сложность совпадает с ее кратчайшим описанием. Для этого Эстер начнет — с помощью своей машины — вычислять сложность цепочек длиной два миллиона битов, перебирая их последовательно, одну за другой, пока не найдет ту, у которой сложность два миллиона битов.

— Откуда ты знаешь, что такая цепочка существует? — спросил Руперт.

— Это правда, — сказала Замия, — что ей, возможно, придется протестировать кучу цепочек.

Она напомнила нам, что существует  $2$  в степени  $n$  двоичных цепочек длины  $n$ , поскольку каждый бит может иметь значение ноль или один. Например, цепочки длины три это: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110 и 111. Их восемь ( $2^3$ ) штук. Поэтому цепочек длины два миллиона существует  $2$  в степени два миллиона, и алгоритм Эстер должен их все проверить. В принципе это возможно (если у Эстер действительно есть машина для вычисления колмогоровской сложности). И все, что Эстер нужно сделать, это дописать дополнительный фрагмент кода: “применить машину к каждой цепочке”. Как доказал Мартин-Лёф, для любого числа существует много цепочек, длина и сложность которых равна этому числу. В конце концов Эстер найдет цепочку, сложность которой составляет два миллиона битов, и отдаст ее Дэвиду.

Полученная Дэвидом цепочка, пояснила Замия, и есть искомое противоречие. С одной стороны, Эстер ему сказала, что ее сложность  $K = 2\,000\,000$ . Но с другой стороны, Эстер породила эту цепочку сложности два миллиона битов с помощью своей машины длиной один миллион битов. По определению Колмогорова, сложность цепочки — это кратчайший алгоритм, ее порождающий. В случае Эстер ее алгоритм имеет длину чуть больше одного миллиона битов (длина ее машины плюс еще несколько битов кода для описания цикла перебора всех цепочек). Таким образом, она утверждает, что колмогоровская сложность построенной ею цепочки  $K \approx 1\,000\,000$ . Тут Дэвид понимает, что Эстер ошибается: ведь не может же быть одновременно  $K = 2\,000\,000$  и  $K \approx 1\,000\,000$ . Существование ее машины невозможно!

Мне, как и остальным, трудно было это переварить, но я решил, что нашел прокол в доказательстве Замии.

— А что если длина машины Эстер больше миллиона битов? — спросил я.

— Это не имеет значения, — откликнулась Замия. — Если машина существует, Эстер может назвать тебе ее длину. Для получения противоречия тебе, Дэвид, достаточно узнать у Эстер длину ее машины. И тогда ты можешь попросить у нее сложную цепочку, допустим, в два раза длиннее.

Если Эстер сумеет построить такую цепочку, она вступит с самой собой в противоречие. Ведь она утверждает, что у нее есть цепочка, сложность которой почти в два раза больше сложности, построившей ее машины, а это, согласно определению Колмогорова, невозможно! И даже если Эстер не знает в точности длины своей машины, она должна уместиться в памяти компьютера — быть конечной. В этом случае Дэвид должен просто просить всё бóльшие цепочки, пока Эстер не придет к противоречию.

— Это похоже на использование слов “неописуемый” и “невыразимый”, — пояснила Замия. — Когда мы хотим сообщить кому-то о своих чувствах, о том, как ценим его помощь или



даже как сильно его любим, мы можем сказать, что наши чувства невозможно выразить словами.

Замия объясняет, что точное описание другого человека сродни поиску кратчайшего способа выразить свои к нему чувства. Во многих случаях, как бы мы ни старались, мы не можем найти способ высказать свои чувства и потому просто говорим, что наши чувства неопишуемы. Но это и есть описание наших чувств, причем очень точное. Возникает то же самое противоречие, что с машиной Эстер для вычисления колмогоровской сложности: мы описываем человека, говоря, что он неопишуем.

Минуту мы сидели в тишине, усваивая слова Замии.

Молчание нарушил Алекс:

— А знаете, что и впрямь неопишуемо грустно? Что мы сидим тут молча в свой последний день в Санта-Фе. Пойдемте-ка лучше танцевать. Надо же нам напоследок оторваться! Есть тут один ночной клуб...

## Кратко, но емко

**В**ернемся в современный Лондон. Десять друзей ужинают вместе, и Айша рассказывает о своем видео про бездомных.

Посмотрев ролик, Бекки спрашивает:

— Ты правда думаешь, что в одном коротком видео или в нескольких словах можно описать жизнь людей?

Энтони откликается с улыбкой:

— Если бы мне нужно было описать в нескольких словах тебя, Бекки, я бы сказал: “девушка, задающая вопросы”. И сегодня ты в своем репертуаре.

Остальные засмеялись, вспомнив, как Бекки недавно объясняла им, что хороший слушатель — это тот, кто задает правильные вопросы.

Энтони продолжил:

— Меня описать легко. Я — источник всего хаоса и (надеюсь) любви в жизни Ниа.

— Это точно, — улыбается Ниа.

Она говорит, что за последние недели осознала, что она “фанат контроля, который наконец-то учится пускать кое-что на самотек”.

— И ты, Джон, такой же, — говорит Ниа. — Ты всегда рядом, всегда готов нам помочь, вернуть на путь истинный. Посылаешь нас, как баскетбольные мячи, в правильном — на твой взгляд — направлении. Но и ты мог бы иногда ослаблять хватку.

Сьюки признается, что она по-прежнему завязтый поклонник трендов и что самый лучший и полезный из них — это новый фитнес-режим Софи. Ричард соглашается. Он с опозданием, но все-таки переходит к здоровому образу жизни, приверженцами которого стали остальные, и, хотя он по-прежнему является “тайным поклонником пирожных”, в будущем намерен держать их потребление в узде.

— А если серьезно, — говорит Чарли, — то в последнее время я много об этом думал. Неужели мы действительно всего лишь схемы?

— Ты-то уж точно не схема, — возражает Айша. — Я знаю, что у нас с тобой были и подъемы, и спуски, но мы хорошенько постарались и сумели улучшить наше общение и сократить число шумных разборок. И я поняла, что для меня ты, мой муж, уникален, что ты — уникально мой. И я бы не хотела, чтобы ты изменился.

Все восхищенно ахают и на минуту замолкают. Чарли размышляет.

— Спасибо, Айша, — говорит он наконец. — Услышать такое от человека, который вечно обо всех заботится, — это здорово. И для меня быть уникально твоим — величайшая честь.

— А ты какая, Дженнифер? — спрашивает Бекки (снова она!). — Ты все молчишь.

Дженнифер рассказывает, что за этот учебный семестр ей удалось взглянуть на социальную жизнь со стороны. Пока она работала в Лондоне, она чувствовала себя ограниченной ролью “того, кто ежедневно ездит на работу”. Но теперь ей стало ясно, что наши роли меняются в зависимости от того, частью какой системы мы выступаем. Сейчас она видит себя в роли “вечного студента” — человека, который постоянно стремится к новым знаниям. По словам Дженнифер, она учится понимать реальную сущность каждой ситуации.

Мы можем подвести итоги: Дженнифер все время учится, Ниа — фанат контроля, Бекки — пытливый слушатель и так далее. И такие характеристики гораздо точнее, чем те, что мы

получали с помощью набора чисел (возраст, доход, количество выпиваемых латте и любовь к огурцам), с которого мы начали эту книгу. Такие описания лучше передают суть сложного человека. Нужно стремиться найти простую идею, которая порождает более сложную.

Однако в итоге — и это то, о чем говорила Замия в Санта-Фе, — нет возможности узнать, описали ли мы человека или ситуацию наилучшим образом. Мы знаем, что в любом кратком описании опускаются детали, но не знаем, насколько эти детали важны. Описания меняются в зависимости от контекста. На работе Чарли один человек, на вечеринке — другой, а когда в одиночестве обдумывает собственное существование — третий. Даже Айша, которая так много о нем знает, никогда до конца не поймет его сложность.

Мы никогда не сможем полностью понять другого человека. А может, и себя тоже.

## Четыре способа

**В**се эти внутренние споры, возражения, самобичевание иногда просто угнетают. Почему начальник обращается с вами не так, как с другими? Почему вы постоянно спорите с братьями и сестрами? Почему вы не следуете своему длинному списку планов на жизнь? Почему вы в прошлом не принимали более удачные решения? Что вы будете делать в будущем? Почему вы чувствуете себя глупее друзей? Может, кто-то из них пытается заставить вас почувствовать себя дураком? Почему ваш коллега плохо выполняет свои обязанности и его это не волнует? Почему ваши дети-подростки вас не слушают? Почему ваши родители постоянно жалуются?

Если вас одолевают подобные мысли, значит, пора сделать паузу и подумать о том, как вы мыслите. Нужно проанализировать, какие мыслительные процессы идут вам на пользу, а какие сбивают с толку. И не забывать, что проблем в жизни много, а способов думать — всего четыре.

Можно мыслить, опираясь на цифры: как часто это происходит с вами и с другими людьми? Проведите исследование. Соберите свидетельства.

Можно отталкиваться от взаимодействий: как вы реагируете друг на друга? Постарайтесь прервать негативный цикл.

Можно опереться на хаос: что лучше — взять ситуацию под контроль или пустить ее на самотек? Если вы выбрали второй вариант, то приготовьтесь к случайностям. Если же

решили все контролировать, то разработайте свою стратегию так, будто готовитесь к высадке на Луну.

И не забывайте о сложности. Хотя первые три способа применимы для разрешения конфликтов с окружающими, помните, что все мы — часть намного большей социальной системы: семьи, рабочего коллектива, общества. И что у любого есть свои сокровенные чувства, которые мы часто не можем до конца понять. Старайтесь смотреть на каждого человека, как на личность, подобрав слова, которые его наилучшим образом описывают.

Ищите путь, приближающий вас к истине. Но при этом помните: поскольку все мы невыразимо сложны, что-то всегда останется за пределами нашего понимания. Не расстраивайтесь из-за этого — тут ничего не поделаешь. Пусть вас вдохновляют многообразие и тайны каждого из нас. В окружающих и в себе самом всегда можно открыть что-то новое — так потратьте же данный вам в этом мире краткий миг, чтобы насладиться полученным знанием.

## Интересная жизнь

**Д**ля Колмогорова неделя занятий всегда начиналась одинаково — с долгой прогулки. Причем прогулки не в одиночестве.

Специально выделенный государством автомобиль доставлял из Москвы на его любимую дачу в Комаровке десять-двенадцать аспирантов, и на следующий день, запасшись бутербродами, группа отправлялась в дальний поход по окрестностям.

Колмогоров разговаривал с каждым аспирантом по очереди. Если видел, что кто-то отстал, дожидался, пока тот догонит группу, а потом шел рядом, задавая вопросы и слушая ответы. Колмогоров никогда не начинал разговор с вопроса о математике. Он расспрашивал о жизни, об увлечении спортом, интересовался, играет ли собеседник в шахматы, какую любит музыку, что делает в свободное время, какие у него взаимоотношения с окружающими. И внимательно выслушивал ответы.

Многих аспирантов такие разговоры на общие темы успокаивали. Ведь молодые люди, подавленные колмогоровским математическим гением, опасались, что академик может в любой момент, как бы между прочим, найти ошибку в их с виду железобетонном математическом доказательстве или предложить гораздо более простое и элегантное решение задачи, к решению которой они шли чересчур извилистым пу-

тем. Волновались, что из-за одного его комментария их диссертации потеряют всякую ценность. Но с такой же вероятностью Колмогоров мог подкинуть аспиранту некую ключевую идею, которой как раз и недоставало для завершения работы. Будучи уже в преклонном возрасте, великий ученый постоянно засыпал на семинарах, но все равно не терял своей магической силы: зачастую, неожиданно проснувшись, он объяснял, как решить обсуждавшуюся проблему, если взглянуть на нее под другим углом. Иногда Колмогоров даже набрасывал на доске доказательство, которым выступавший счастливчик мог потом воспользоваться в своей работе. А бывало, что он просто уходил из аудитории, пробормотав несколько соображений, и ученикам требовались потом недели, чтобы расшифровать его слова.

Колмогоров, похоже, не до конца осознавал масштаб собственного таланта. Он полагал значительную часть своих суждений о математике настолько очевидными, что делал упор на постановке задач, лежавших на границе того, что считал само собой разумеющимся. Возможно, потому, что формальная математика давалась ему чрезвычайно легко, Колмогоров ценил не столько строгость, сколько интуицию. Он часто говорил, что в начале жизни каждый человек обретает свой уникальный взгляд на мир. С ним самим, по его словам, это произошло в четырнадцать лет. То, что этот взгляд оказался (это мои слова, не его) взглядом математического гения, несколько, скажем так, превзошедшего коллективные усилия всех французских математиков XX столетия, представлялось ему не заслуживающей внимания деталью. Ему было любопытно изучать не столько себя, сколько уникальную сложность каждого из встреченных им людей. Его интересовала внутренняя жизнь других.

Колмогоров не видел особой разницы между разговорами о математике и разговорами о жизни. Он хотел, чтобы его ученики пользовались серьезными математическими понятиями так же свободно, как здравым смыслом. Он часто го-



ворил, что руководствуется тем тезисом, что истина — благо. “Наш долг, — говорил он преподавателям Московского университета, — ее находить и отстаивать”.

1986 год. Колмогоров стар и несколько лет как болен. Александрова нет уже четыре года, и его друг вскоре последует за ним. Но сегодня он собрал всю свою энергию для прогулки. Сияние солнца, казалось, вдохнуло в него новую жизнь. Он гуляет с учениками, беседует с ними, слушает, дает советы.

В конце прогулки Колмогоров неожиданно отделяется от своих спутников и устремляется к близлежащему пруду.

Один из учеников идет следом и, уже на берегу, спрашивает: “Что такое, Андрей Николаевич?”

Колмогоров взглядывает на небо и говорит: “Какую интересную жизнь я прожил!”

Ученик ничего не отвечает. Остальные присоединяются к ним и, стоя за спиной академика, тоже молча смотрят вверх.

Глядя в бесконечность, Колмогоров знал, что ответа, разъясняющего всю ту сложность, о которой он говорил, о которой думал и которая сопровождала его на протяжении всей жизни, ему никогда не получить. Но годы дружбы с Александровым, умение вовлекать людей в преподавание, общение с учениками, разговоры о жизни и математике — все это было движением к ясности. Найденный Андреем Николаевичем Колмогоровым смысл жизни включал в себя как обогащение собственного внутреннего мира, так и вовлеченность в сложный внутренний мир окружающих.

Именно это сделало его жизнь такой интересной. Откровенно разговаривать друг с другом. Встречаться с теми, кто рядом, и выслушивать их. Вместе смотреть вперед и вверх — на небо. Надеяться и верить, что истина станет еще хотя бы чуть-чуть ближе.

# Благодарности

Я хочу начать с благодарности Ловисе. Наши разговоры и споры дали много материала для этой книги, а наша любовь постоянно поддерживает меня во всем, что я делаю. Спасибо.

Большая часть “Четырех способов...” была написана во время ковидной изоляции. Я хочу поблагодарить Элиз за ежедневные прогулки (с Тобисом и Руби) и разговоры, а Генри за постоянные вопросы, на многие из которых у меня до сих пор нет ответов.

Персонажи из рассказа про Санта-Фе выдуманы. В 1997-м я действительно ездил туда на летнюю школу и встретил там много интересных людей. Описанные в моей книге персонажи — это своеобразный “коктейль” из участников этой школы и других исследователей, с которыми я работал на рубеже веков. А если вам кажется, что в одном из этих персонажей я описал вас, то, может быть, так оно и есть!!!

Я не могу не упомянуть одного совершенно особенного человека — моего научного руководителя в аспирантуре Дэйва Брумхеда. Он, как и руководитель Дэвида, всегда поощрял вопросы. И сам их задавал, внимательно слушая и помогая собеседнику идти своим путем. Я часто думаю о Дэйве, и мне его очень недостает.

Спасибо, мама, за то, что ты внимательно прочла раннюю версию этой книги, папе — за несколько ценных идей и Колину за его отзыв: “Книга хорошая, но от ее чтения пухнет голова”. Надеюсь, что и ты, Рут, прочтешь ее, когда она выйдет.

Спасибо Касиане Ионита и Эдварду Кирке: если бы не их усердие, я не смог бы написать то, что действительно хотел.

Эта книга существует только благодаря вашему терпению, вдумчивому редактированию, призывам идти вперед и постоянной поддержке. Спасибо Крису Уэллбелову, который так долго вел меня по пути создания текста о математике. И спасибо Саре Дей за тщательную вычитку и внесение небольших изменений, которые значительно улучшили текст.

# Примечания и ссылки

В этих примечаниях даны ссылки и дополнительный материал к отдельным главам. Используемые математические понятия более подробно описаны на веб-сайте по адресу: <https://fourways.readthedocs.io/>

## Четыре способа

WOLFRAM S. *A New Kind of Science*. Wolfram Media, Inc., 2002.

## Класс I: статистическое мышление

### Среднестатистические друзья

Данные о продолжительности поездок на работу взяты из публикации: LYONS G. et al. *A human perspective on the daily commute: costs, benefits and trade-offs*. Transport Reviews 28, no. 2 (2008): 181–198.

Данные о продолжительности просмотра телепередач жителями Великобритании в период 2005–2020 гг.: <https://www.statista.com/statistics/269870/daily-tv-viewing-time-in-the-uk/>

Медианная продолжительность полового акта с пенетрацией взята из исследования жителей Великобритании: WALDINGER M. D. et al. *Ejaculation disorders: a multinational population survey of intra-vaginal ejaculation latency time*. Journal of Sexual Medicine 2, no. 4 (2005): 492–7; WALL K. M. et al. *Frequency of sexual activity with most recent male partner among young, Internet-using men who have sex with men in the United States*. Journal of Homosexuality 60, no. 10 (2013): 1520–1538.

Ожидаемая продолжительность жизни при рождении в Великобритании: <https://data.worldbank.org/indicator/SP.DYN.LE00.IN?locations=GB>

Число рождений на одну жительницу Великобритании: <https://data.worldbank.org/indicator/SP.DYN.TFRT.IN?locations=GB>

Данные об уровне удовлетворенности: HELLIWELL J. et al. *Happiness, benevolence, and trust during COVID-19 and beyond*. World Happiness Report: 13.

## Правдоподобный ответ

...финальную часть математического трайпоса. — В то время Часть II была третьей частью трайпоса (в современном учебном плане Кембриджского университета она называется Частью III). Включение Рональда Фишера в список *Wrangler* отмечено в *Historical Register of the University of Cambridge, Supplement, 1911–1920*.

...вычисляется как произведение правдоподобий каждого... — Чтобы понять логику этого утверждения, представьте себе, что я подбрасываю кость и хочу узнать вероятность того, что в первый раз выпадет шестерка, а во второй раз она не выпадет. Вероятность выпадения шестерки в первый раз равна одной шестой, а вероятность невыпадения шестерки во второй раз равна пяти шестым, поэтому вероятность получить в первый раз шестерку, а во второй раз — другое число равна  $1/6 \times 5/6$ .

...оценки максимального правдоподобия, которым статистики пользуются и поныне... — Подробнее см.: ALDRICH J.R. *A. Fisher and the making of maximum likelihood 1912–1922*. *Statistical Science* 12, no. 3 (1997): 162–176.

В онлайн-пособии я привожу доказательство того, что никакое другое значение не имеет вероятности более 40%. На сайте <https://fourways.readthedocs.io/> выберите пункт 'A likely answer'.

## Двенадцать дополнительных лет

KATZ D. L. et al. *Can we say what diet is best for health?* *Annual Review of Public Health* 35 (2014): 83–103.

LOEF M. et al. *The combined effects of healthy lifestyle behaviors on all-cause mortality: a systematic review and meta-analysis*. *Preventive Medicine* 55, no. 3 (2012): 163–170.

КВААВИК E. G. et al. *Influence of individual and combined health behaviors on total and cause-specific mortality in men and women: the United Kingdom health and lifestyle survey*. Archives of Internal Medicine 170, no. 8 (2010): 711–718, p. 711.

## Чай в молоко или молоко в чай?

В основе этой главы лежит вторая глава биографии Фишера, написанной его дочерью: FISHER BOB J. R. A. *Fisher: The Life of a Scientist*. John Wiley and Sons, 1980.

...*На различных собраниях он яростно утверждает...* — Цитаты из: FISHER R. A. *Some hopes of a eugenisist*. Eugenics Review 5, no. 4 (1914): 309.

...*никто не знал, что делать с сотрудником женского пола...* — RUSSELL E. J. *A History of Agricultural Science in Great Britain*. Allen and Unwin, 1966.

...*Вместе с коллегой Уильямом Роучем...* — Приведенный здесь диалог представляет собой беллетризованную версию рассказа дочери Фишера, приведенного в пятой главе ее книги FISHER BOB J. R. A. *Fisher: The Life of a Scientist*. John Wiley and Sons, 1980. План эксперимента описан на стр. 13 книги Фишера *The Design of Experiments* (Oliver and Boyd, 1935). Я написал, что Роуч предложил альтернативный вариант попарного сравнения, для драматизма. На самом деле такой план был одним из нескольких, которые в то время были в ходу при проведении экспериментов.

Дополнительную информацию можно найти здесь:

FISHER R. A. *The arrangement of field experiments*. Journal of the Ministry of Agriculture 33 (1926): 503–515.

EFRON B. R. A. *Fisher in the 21st century*. Statistical Science (1998): 95–114.

## Счастливы мир

На сайте <https://fourways.readthedocs.io/> выберите пункт: *A happy world*. Дополнительные подробности см.: <https://worldhappiness.report>

## Счастливым человек

На сайте <https://fourways.readthedocs.io/> выберите пункт: *The happy individual*, чтобы узнать подробности об анализе, описанном в этой главе.

Упомянутую в этой главе статью из газеты *The USA Today* можно прочесть здесь: <https://www.cnn.com/2017/07/26/yes-you-can-buy-happiness-if-you-spend-it-to-save-time.html>

Вероятность выпадения в точности  $k$  орлов, если подбрасывать монету сорок раз:

$$\binom{40}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

вероятность выпадения не менее 26 орлов:

$$\sum_{k=26}^{40} \binom{40}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{40}$$

что равняется примерно 0,0403. При каком максимальном значении вероятности результат можно считать статистически значимым — вопрос спорный. Но если ориентироваться на общепринятое ограничение 0,05, то полученный Данн с коллегами результат можно считать значимым.

## Злобный старик

... Фишер обиделся на замечание... — FISHER R. A. *Design of experiments*. British Medical Journal 1, no. 3923 (1936): 554.

... Один из них описывал Фишера так... — SAVAGE L. J. *On rereading R. A. Fisher*. Annals of Statistics (1976): 441–500.

... Один из друзей Фишера говорил... — EYSENCK H. J. *Were we really wrong?* American Journal of Epidemiology 133, no. 5 (1991): 429–433.

... Джоан Фишер Бокс своими глазами видела... — Цитаты со сс. 392–394 из книги FISHER BOX J. R. A. *Fisher: The Life of a Scientist*. Wiley and Sons, 1980.

... Он считал, что разные социальные классы и народы разных стран... — FISHER R. A. *Some hopes of a eugenicist*. *Eugenics Review* 5, no. 4 (1914): 309.

... вскоре он пошел наперекор собственным теоретическим результатам... — FISHER R. A. *The elimination of mental defect*. *Eugenics Review* 16, no. 2 (1924): 114.

... Кембриджские коллеги Фишера... — PUNNETT R. C. *Eliminating feeble-mindedness: ten per cent of American population probably carriers of mental defect — if only those who are actually feeble-minded are dealt with, it will require more than 8,000 years to eliminate the defect — new method of procedure needed*. *Journal of Heredity* 8, no. 10 (1917): 464–465.

... Раскопал прежде отвергнутые данные... — FISHER R. A. *Smoking: The Cancer Controversy: Some Attempts to Assess the Evidence*. Oliver and Boyd, 1959.

Обзор современных представлений о раке и курении можно прочесть здесь: US DEPARTMENT OF HEALTH AND HUMAN SERVICES. *The health consequences of smoking — 50 years of progress: a report of the Surgeon General* (2014).

## Лес и дерево

Чтобы узнать подробности об описанном в этой главе анализе, на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> выберите пункт: *The forest and the tree*.

... В его основе лежат исследования, проведенные Дакворт... — DUCKWORTH A. L. et al. *Grit: perseverance and passion for long-term goals*. *Journal of Personality and Social Psychology* 92, no. 6 (2007): 1087

... При проведении мета-исследования упорства... — CREDÉ M. et al. *Much ado about grit: a meta-analytic synthesis of the grit literature*. *Journal of Personality and Social Psychology* 113, no. 3 (2017): 492.

... Экспериментальные наблюдения показали, что этот подход... — MILLER D. I. *When do growth mindset interventions work?* *Trends in Cognitive Sciences* 23, no. 11 (2019): 910–912.

... лишь около 1% различий между людьми... — WHITE C. A. et al. *Meta-analyses of positive psychology interventions: the effects are much smaller than previously reported*. *PloS One* 14, no. 5 (2019): e0216588.



...эмоциональный интеллект объясняет лишь 3–4 %... — MAC-CANN C. et al. *Emotional intelligence predicts academic performance: a meta-analysis*. Psychological Bulletin 146, no. 2 (2020): 150.

## Класс II: интерактивное мышление

### Жизненный цикл

SPENCER H. *First Principles of a New System of Philosophy*. D. Appleton and Company, 1876. Цитата со стр. 434, раздел 173, глава 22.

Описанная здесь версия химической реакции взята из статьи 1920 года:

ЛОТКА А. J. *Undamped oscillations derived from the law of mass action*. Journal of the American Chemical Society 42, no. 8 (1920): 1595–1599.

Но схожие идеи содержатся и в статье Лотки 1910 года:

ЛОТКА А. *Zur theorie der periodischen reaktionen*. Zeitschrift für physikalische Chemie 72, no. 1 (1910), 508–511.

### Кролики и лисы

Подробное математическое описание этой модели дано на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе ‘Rabbits and foxes’.

### Социальная эпидемия

Подробное математическое описание этой модели дано на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе *Social epidemic*.

...Вместо того чтобы беспокоиться о тех, кого невозможно поколебать... — Более подобное описание наилучших способов борьбы с дезинформацией приведено здесь: VAN DER LINDEN S. *Misinformation: susceptibility, spread, and interventions to immunize the public*. Nature Medicine 28, no. 3 (2022): 460–467.

Приведенные в этой главе примеры основаны на следующих публикациях:

SCHWEITZER F. et al. *The epidemics of donations: logistic growth and power-laws*. PLoS One 3, no. 1 (2008): e1458.

- SEEWOESTER CAIN S. *When laughter fades: individual participation during open-mic comedy performances*. PhD dissertation, Rice University, 2018.
- MANN R. P. et al. *The dynamics of audience applause*. Journal of the Royal Society Interface 10, no. 85 (2013): 20130466.
- HERZOG H. *Forty-two thousand and one Dalmatians: fads, social contagion, and dog breed popularity*. Society and Animals 14, no. 4 (2006): 383–397.
- CHRISTAKIS N. A. et al. *Social contagion theory: examining dynamic social networks and human behavior*. Statistics in Medicine 32, no. 4 (2013): 556–577.
- ABERG Y. *The contagiousness of divorce*. The Oxford Handbook of Analytical Sociology (2009): 342–364.
- ROSS R. *An application of the theory of probabilities to the study of a priori pathometry: Part I*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character 92, no. 638 (1916): 204–230.
- ROSS R. et al. *An application of the theory of probabilities to the study of a priori pathometry: Part II*. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing papers of a mathematical and physical character 93, no. 650 (1917): 212–225.
- ... Сейчас это кажется правдоподобным... — ЛОТКА А. J. *Contribution to the energetics of evolution*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America 8, no. 6 (1922): 147.
- ЛОТКА А. J. *Elements of Physical Biology*. Williams and Wilkins, 1925.

## Клеточные автоматы

Для прогона описанных в этой главе моделей см.: <https://fourways.readthedocs.io/> раздел *Cellular automata*.

## Искусство спора

Для прогона описанной в этой главе модели см.: <https://fourways.readthedocs.io/> раздел *The art of a good argument*.

Подробнее об интегративной поведенческой терапии супружеских пар можно прочесть здесь: CHRISTENSEN A. et al. *Integrative behavioral couple therapy*. Current Opinion in Psychology 13 (2017): 111–114.

## Класс III: хаотическое мышление

### Всегда знать следующий шаг

В основе этой главы лежит интервью с Маргарет Гамильтон, проведенное Дэвидом Броком 13 апреля 2017 года в Бостоне: <https://www.youtube.com/watch?v=6bVRytYSTEK>

...Лоренц рассказал Маргарет все, что знал, вручил ей руководство пользователя... — 37:01 мин.

...Девчонки, полагали они, нужны для приятного времяпрепровождения... — 47:00 мин.

### “Эль Фароль”

Более подробный анализ описанной Алексом модели приведен на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе *El Farol*.

Исходная проблема бара “Эль Фароль” была поставлена Брайаном Артуром в 1994 году в статье: BRIAN ARTHUR W. *Inductive reasoning and bounded rationality*. *American Economic Review* 84, no. 2 (1994): 406–411.

### Ошибка

...эти манипуляции — она называла это хакерством... — HAMILTON M. H. *What the errors tell us*. *IE Software* 35, no. 5 (2018): 32–37.

...Придя на следующий день на работу, Лоренц понял... — 38:21 мин. интервью с Маргарет Гамильтон, проведенного Дэвидом Боком 13 апреля 2017 года в Бостоне <https://www.youtube.com/watch?v=6bVRytYSTEK>

### Эффект бабочки

Более подробный анализ модели Лоренца приведен на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе *The butterfly effect*. Этой же теме посвящены следующие статьи:

GHYS É. *The Lorenz attractor, a paradigm for chaos*. *Chaos* (2013): 1–54, p. 20.

LORENZ E. N. *Deterministic nonperiodic flow*. Journal of Atmospheric Sciences 20, no. 2 (1963): 130–141.

SPARROW C. *The Lorenz Equations: Bifurcations, Chaos, and Strange Attractors*. Vol. 41, Springer Science and Business Media, 2012.

## Ночное небо: часть 2

Мой рассказ опирается в основном на слайды самой Маргарет Гамильтон: HAMILTON M. H. *The language as a software engineer*. Keynote (ICSE 2018) Celebrating 50th Anniversary of Software Engineering, <http://www.htius.com>. Дополнительная информация: <https://futurism.com/margaret-hamilton-the-untold-story-of-the-woman-who-took-us-to-the-moon>

HOLLEY M. D. *Apollo Experience Report — guidance and control systems: primary guidance, navigation, and control system development*. National Aeronautics and Space Administration, 1976.

HAMILTON M. H. *What the errors tell us*. IEEE Software 35, no. 5 (2018): 32–37.

## Идеальная свадьба

Я узнал об организаторах свадеб из статьи: TZO A. A. *I'm a wedding planner — this is what it's like behind-the-scenes*. Все неточности в описании жизни организатора свадеб — на моей совести.

<https://www.newsweek.com/im-wedding-planner-this-what-like-behind-scenes-1577321>

## Сообщение от Б к К

Подробнее о Бетти и Клоде Шеннон можно прочесть здесь: <https://blogs.scientificamerican.com/voices/betty-shannon-unsung-mathematical-genius/>

...В твоей статье приведен подобный пример?.. — SHANNON C. E. *A mathematical theory of communication*. Bell System Technical Journal 27, no. 3 (1948): 379–423.

Бетти Шеннон действительно помогала своему мужу, Клоду, при написании им его поздних статей и работала над теорией энтропии.

Однако описание их ужина — это воображаемая реконструкция событий. Строчки, упомянутые в их разговоре и повторенные Эстер в библиотеке, — модификация некоторых примеров, приведенных в статье Шеннона на стр. 7.

## Информация равна случайности

Приведенное Эстер объяснение случайности в клеточных автоматах неполно. Подробнее см. на сайте <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе *Information equals randomness*.

## Двадцать вопросов

Я узнал о некоторых хитростях игры в двадцать вопросов здесь: <https://www.quora.com/What-are-the-five-most-important-questions-to-ask-in-a-game-of-20-questions>

## Энтропия никогда не уменьшается

PRIGOGINE I. et al. *The End of Certainty*. Simon and Schuster, 1997.

## Игры в слова

SHANNON C. E. *Prediction and entropy of printed English*. Bell System Technical Journal 30, no. 1 (1951): 50–64.

## Выбор дороги

... от процента людей, моющих руки после посещения туалета... — <https://www.cdc.gov/handwashing/why-handwashing.html>

... 49% британцев этого не хотят, даже если бы это было безопасно... — <https://yougov.co.uk/topics/politics/articles-reports/2019/07/20/half-britons-wouldnt-want-go-moon-even-if-their-sa>

## Море слов

Позже Сергей Брин и Ларри Пейдж создали *Google*. Заметки по курсу, который они прочли в 1998 году, все еще доступны тут: <http://infolab.stanford.edu/~sergey/>

## Класс IV: сложное мышление

### Международный конгресс

В основе этой главы лежит статья Колмогорова “Комбинаторные основания теории информации и исчисления вероятностей”. УМН, 38:4 (232) (1983), 27–36. Цитаты взяты из ее текста.

## Матрица

PIERCE J. R. et al. *Composing music by a stochastic process*. Bell Telephone Laboratories, Technical Memorandum MM-49-150-29 (1949).

YU H. et al. *On “Composing music by a stochastic process”: from computers that are human to composers that are not human*. IEEE Information Theory Society Newsletter, Vol. 67, No. 4 (2017): 18–19.

## Улицы Лондона

Истории и статистические данные взяты с сайта: <http://www.streetsoflondon.org.uk/about-homelessness>. Я сделал пожертвование этой организации (и вы бы тоже могли ей помочь).

## I, II, III, IV

Более подробный анализ моделей клеточных автоматов приведен здесь: <https://fourways.readthedocs.io/> в разделе I, II, III, IV.

См. также: WOLFRAM S. *A New Kind of Science*, Vol. 5. Champaign, IL: Wolfram Media, 2002.

## Вся жизнь

NIEMIEC M. D. *Synthesis of complex life objects from gliders*. New Constructions in Cellular Automata (2003): 55.

RENDELL P. *Turing machine universality of the game of life*. PhD dissertation, University of the West of England, 2014.

БНАТТАЧАРЬЯ А. *The Man from the Future: The Visionary Life of John von Neumann*. Penguin UK, 2021.

LANGTON CH. G. *Self-reproduction in cellular automata*. Physica D: Non-linear Phenomena 10, nos. 1–2 (1984): 135–144.

LANGTON CH. G. (ed.). *Artificial Life: An Overview*, MIT, 1997.

Рисунок 24 содержит изображения, созданные Йонатаном: <https://twitter.com/zoziuar>

Примеры сложного поведения животных приведены здесь:  
SUMPTER D. J. T. *Collective Animal Behavior*. Princeton University Press, 2010.

## Социальные барьеры

Приведенные в этой главе примеры и в особенности “сегрегация” на вечеринках навеяны чтением: SCHELLING TH. C. *Micromotives and Macrobehavior*. W.W. Norton and Company, 2006.

Эмпирическое исследование V-образных цепочек пешеходов описано в статье: MOUSSAÏD M. at al. *The walking behaviour of pedestrian social groups and its impact on crowd dynamics*. PloS One 5, no. 4 (2010): e10047.

... большинство людей оказывается в однополых группах... — Процент женщин в “женских группах” составляет в среднем:

$$\frac{7 \times (7 / (7 + 7)) + 5 \times (8 / (5 + 8)) + 28 \times 1}{40} = 86,4 \text{ процента}$$

Процент мужчин в “мужских группах” составляет в среднем:

$$\frac{7 \times (7 / (7 + 7)) + 8 \times (8 / (5 + 8)) + 45 \times 1}{60} = 89,0 \text{ процента}$$

## Человек существует только во взаимосвязях с другими людьми

TUTU D. *Speech: No future without forgiveness (version 2)* (2003). Archbishop Desmond Tutu Collection Textual. <https://digitalcommons.unf.edu/archbishoptutupapers/15>

Знакомство с убунту стоит начать со статьи Абебы Бирхане (BIRHANE A. *Descartes was wrong: "a person is a person through other persons"*). Aeon (2017).

Еще одну познавательную статью про убунти написал МВОТИ N. *May the real ubuntu please stand up?* Journal of Media Ethics 30, no. 2 (2015): 125–147.

Спасибо Энн Темплтон из Эдинбургского университета за беседы о поведении людей в толпе. В этой главе я опирался на перечисленные ниже публикации.

HELBING D. et al. *Dynamics of crowd disasters: an empirical study*. Physical Review E 75, no. 4 (2007): 046109.

HANI A. et al. *Social identification moderates the effect of crowd density on safety at the Hajj*. Proceedings of the National Academy of Sciences 111, no. 25 (2014): 9091–9096.

HANI A. et al. *Understanding the impact of the Hajj: explaining experiences of self-change at a religious mass gathering*. European Journal of Social Psychology 50, no. 2 (2020): 292–308.

ANNE T. et al. *Walking together: behavioural signatures of psychological crowds*. Royal Society Open Science 5, no. 7 (2018): 180172.

NOVELLI D. et al. *Crowdedness mediates the effect of social identification on positive emotion in a crowd: a survey of two crowd events*. PLoS One 8, no. 11 (2013): e78983.

## Почти всегда сложно

MARTIN-LÖF P. *The definition of random sequences*. Information and Control 9, no. 6 (1966): 602–619.

## Жизнь в коротких зарисовках

...все международное математическое сообщество... — SHIRYAEV A. *Kolmogorov: life and creative activities*. Annals of Probability 17, no. 3 (1989): 866–944, pp. 869–871.



- ... в многонедельный лодочный поход по Волге... — SHIRYAEV A. *Kolmogorov: life and creative activities*. The Annals of Probability 17, no. 3 (1989): 866–944, p. 882.
- ... мальчиками Нётер... — АЛЕКСАНДРОВ П. *Страницы автобиографии*. УМН, 34:6 (210) (1979), с. 219–249.
- ... запомнил навсегда... — АЛЕКСАНДРОВ П. *Страницы автобиографии. Часть II*. УМН, 35:3 (213) (1980), 241–278.
- ... в маленьком рыбацком поселке Ба на берегу моря... — АЛЕКСАНДРОВ П. *Страницы автобиографии. Часть II*. УМН, 35:3 (213) (1980), 241–278.
- ... на немыслимые расстояния... — VITÁNYI P. M. B. *Andrei Nikolae-vich Kolmogorov*. CWI Quarterly 1, no. 2 (1988): 3–18.
- ... эффективностью артиллерийской стрельбы... — SHIRYAEV A. *Kolmogorov: life and creative activities*. The Annals of Probability 17, no. 3 (1989): 866–944, p. 907.
- ... с практическим подходом кембриджских статистиков, с понятием максимального правдоподобия... — См. например, статью: ARATÓ M. et al. *Evaluation of the parameters of a complex stationary Gauss-Markov process*. Doklady Akademii Nauk SSSR 146 (1962): 747–750.
- ... экосистемы с любым числом взаимодействующих видов... — KOLMOGOROV A. *Sulla teoria di Volterra della lotta per lesistenza*. Gi. Inst. Ital. Attuari 7 (1936): 74–80.
- ... на хвосте самолета во время взлета... — FRISCH U. *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- ... измерялась энтропией... — SHANNON C. E. *A mathematical theory of communication*. Bell System Technical Journal 27, no. 3 (1948): 379–423, p. 379.

## Неописуемое объяснение

Отчет Сокала о его эксперименте можно прочесть здесь:

<http://linguafranca.mirror.theinfo.org/9605/sokal.html>

## Интересная жизнь

В основе этой главы лежат рассказы Ю. К. Беляева и Асафа Гаджиева: BELYAEV YU. AND HAJIYEV A. *Kolmogorov Stories*. Probability in the Engineering and Informational Sciences 35, no. 3 (2021): 355–368.

О взглядах Колмогорова на преподавание математики можно прочесть здесь: <https://mariyaboyko12.wordpress.com/2013/08/03/the-new-math-movement-in-the-u-s-vs-kolmogorovs-math-curriculum-reform-in-the-us-s-s-r>



CORPUS 848

Научно-популярное издание

СЕРИЯ **ЭЛЕМЕНТЫ 2.0**

ДЭВИД САМПТЕР  
**ЧЕТЫРЕ СПОСОБА  
МЫСЛИТЬ:**

СТАТИСТИЧЕСКИЙ, ИНТЕРАКТИВНЫЙ,  
ХАОТИЧЕСКИЙ И СЛОЖНЫЙ

*Главный редактор* ВАРВАРА ГОРНОСТАЕВА

*Художник* АНДРЕЙ БОНДАРЕНКО

*Редактор* ИННА БЕЗРУКОВА

*Ответственный за выпуск* ОЛЬГА ЭНРАЙТ

*Технический редактор* НАТАЛЬЯ ЧЕРНЫШЕВА

*Корректор* ИННА БЕЗРУКОВА

*Верстка* МАРАТ ЗИНУЛЛИН

Общероссийский классификатор продукции

ОК-034-2014 (КПЕС 2008);

58.11.1 — книги, брошюры печатные

Подписано в печать 16.09.2024. Формат 60 × 90 1/16

Бумага книжная кремовая. Гарнитура *OriginalGaramondC*

Печать офсетная. Усл. печ. л. 22.00

Тираж 2 000 экз. Заказ №

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами

в ООО "ИПК Парето-Принт", 170546, Тверская область,

Промышленная зона Боровлево-1, комплекс № 3А

[www.pareto-print.ru](http://www.pareto-print.ru)

Охраняется законом РФ об авторском праве. Воспроизведение  
всей книги или любой ее части воспрещается без письменного  
разрешения издателя. Любые попытки нарушения закона будут  
преследоваться в судебном порядке.

Произведено в Российской Федерации в 2024 г.  
Изготовитель — ООО “Издательство АСТ”

ООО “Издательство АСТ”  
129085, г. Москва, Звездный бульвар, дом 21, строение 1,  
комната 705, пом. I, 7 этаж  
Контактный адрес электронной почты: ask@ast.ru

“Баспа Аста” деген ООО  
129085, Мәскеу қ., Звёздный бульвары, 21-үй, 1-құрылыс,  
705-бөлме, I жай, 7-қабат  
Біздің электрондық мекенжайымыз: ask@ast.ru

Интернет-магазин: [www.book24.kz](http://www.book24.kz)  
Импортер в Республику Казахстан ТОО “РДЦ-Алматы”  
Дистрибьютор и представитель по приему претензий  
на продукцию в Республике Казахстан: ТОО “РДЦ-Алматы”

Интернет-дукен: [www.book24.kz](http://www.book24.kz)  
Қазақстан Республикасындағы импорттаушы “РДЦ-Алматы” ЖШС  
Қазақстан Республикасында дистрибьютор және өнім бойынша  
арыз-талаптарды қабылдаушының өкілі “РДЦ-Алматы” ЖШС  
050039 Алматы қ., Домбровский көш., 3 “а”, литер Б, офис 1  
Тел.: +7 (727) 251-59-89, 90, 91, 92, факс: +7 (727) 251-58-12, доб. 107  
E-mail: [RDC-Almaty@eksmo.kz](mailto:RDC-Almaty@eksmo.kz)  
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген

По вопросам оптовой покупки книг обращаться по адресу:  
123112 г. Москва, Пресненская наб., д. 6, строение 2, БЦ “Империя”  
Тел.: +7 (499) 951-60-00, доб. 574  
E-mail: [opt@ast.ru](mailto:opt@ast.ru)



Жаль, что Дэвид Самптер не был нашим учителем математики. В школе многие ненавидели этот предмет, а сейчас читают его книгу — и он раскрывает четыре важнейшие идеи XX века, связанные с математическим моделированием поведения в реальном мире.

### **THE SUNDAY TIMES**

В этой оригинальной книге математик пытается осмыслить мир через четыре совершенно разные призмы. Увлекательно и необычно.

### **THE GUARDIAN**

Книга “Четыре способа мыслить” математика Дэвида Самптера показывает, как цифры могут объяснить сложности человеческого существования.

С математической точки зрения все явления либо стабильны, либо периодичны, либо хаотичны, либо сложны.

Изучите различия между этими явлениями — и вы уже на полпути к лучшему пониманию своей собственной жизни.

### **THE NEW SCIENTIST**



Математик Дэвид Самптер призывает читателей осмыслить окружающий мир, прибегнув к четырем различным способам мышления — статистическому, интерактивному, хаотическому и сложному. Он подробно объясняет, чем может быть полезен читателю каждый из них. Статистика, например, помогает разобраться в многочисленных диетах, а интерактивное мышление — в природе социальных эпидемий. Хаос и непредсказуемость находятся в центре теории информации, а сложностью вообще пронизано все наше общество, как и мы сами.